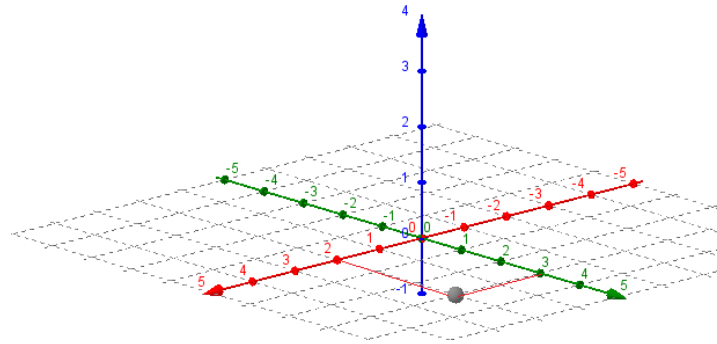


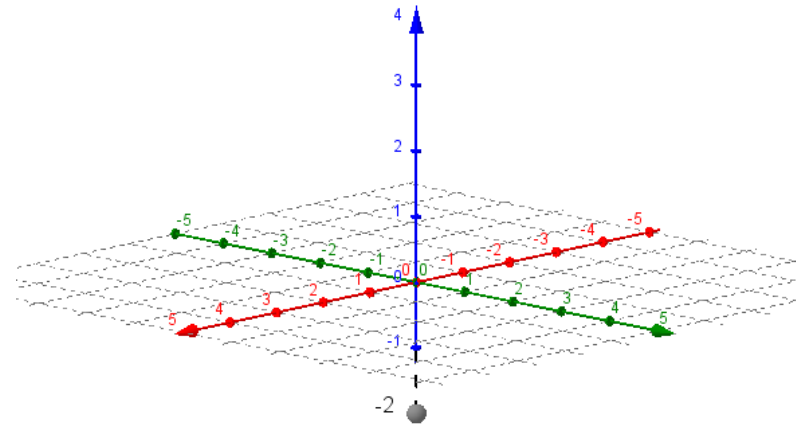
حلول الوحدة الاولى الهندسة والمتجهات

١-١

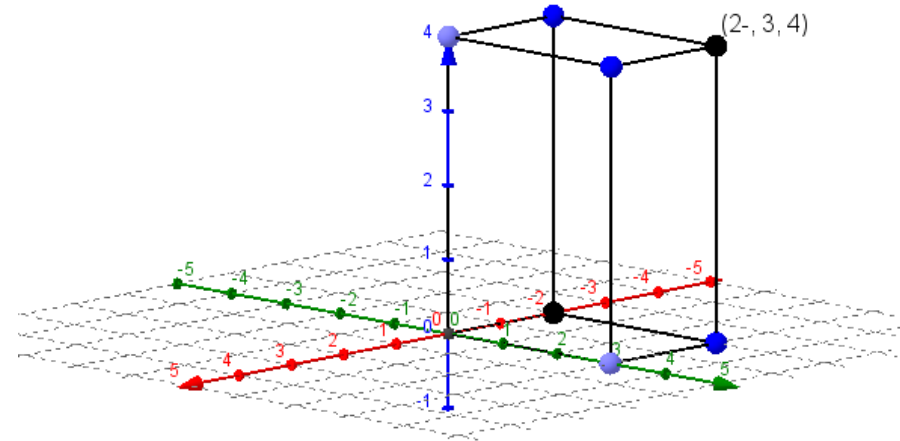
س١: يتم رسم النقاط في الفراغ النقطة (٢ ، ٣ ، ٠) تقع في مستوى س ص



النقطة (٠ ، ٠ ، ٢-) تقع على الجزء السالب من محور ع



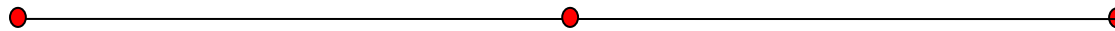
النقطة (٣- ، ٢ ، ٤) تقع في الفراغ (ملاحظة: يكمن استخدام برنامج جيوبرا في التمثيل)



ب (س ، ص ، ع)

ج (١٣ ، ٢٩ ، ٤٥)

س٢: أ (١٠ ، ٢٢ ، ٤٠)



$$\frac{10+س}{2} = ١٣ \text{ ومنها س } = ١٦ ، \quad \frac{22+ص}{2} = ٢٩ \text{ ومنها ص } = ٣٦$$

$$\frac{40+ع}{2} = ٤٥ \text{ ومنها ع } = ٥٠ \text{ ومنها ب } (١٦ ، ٣٦ ، ٥٠)$$

س٣: بعد النقطة عن مستوى س ص = ٢ اي ان ع = $٢ \pm$ ، وبعدها عن س ع = ٧ أي ان

ص = $٧ \pm$ وبعدها عن ص ع = ٣ أي أن س = $٣ \pm$ اذن النقطة هي (± ٣ ، ± ٧ ، ± ٢) وفي هذه الحالة توجد ٨ نقاط وهي

$$(٢ ، ٧ ، ٣) ، (٢- ، ٧ ، ٣) ، (٢- ، ٧- ، ٣) ، (٢- ، ٧- ، ٣-)$$

$$(٢ ، ٧ ، ٣-) ، (٢- ، ٧ ، ٣-) ، (٢- ، ٧- ، ٣-) ، (٢- ، ٧- ، ٣-)$$

ملاحظة يمكن استخدام الشجرة لتحديد الحالات الممكنة

$$س٤: (س + ١) + (٥-) + (س-) = ٤٢$$

$$س٢ + س٢ + ١ + ٢٥ + س٢ - ٨ + ١٦ = ٤٢$$

$$س٢ - ٦ + ٤٢ = ٤٢$$

$$س٢ - ٣ = ٠ \text{ اذن } ٠ = س٢ \text{ وترفص او } س٢ = ٣$$

$$\text{اذن د } (١ ، ٢- ، ٣) \text{ لكن أ } (١ ، ٣ ، ٢) ، \text{ ب } (س ، ص ، ع)$$

$$\frac{1+س}{2} = 3 \Leftarrow س = 5 ، \quad \frac{٣+ص}{٢} = ٢- \Leftarrow ص = ٧-$$

$$\frac{2+4}{2} = 1 \leftarrow 4 = 0 \text{ اذن ب } (0, 5, -7, 0)$$

$$\text{س: ٥: أ } (0, 0, 0, 0) \text{ ب. } (0, 0, 0, 0) \text{ ج. } (0, 0, 0, 0)$$

$$\text{د } (0, 2, -4, 0) \text{ منتصف أ ب اذن } 2 = \frac{0+4}{2} \text{ ومنها س } 4 = \frac{0+8}{2} \text{ وكذلك } 4 = \frac{0+8}{2}$$

$$\text{ومنها ص } 8 = \frac{0+8}{2} \text{ وكذلك } 4 = \frac{0+8}{2} \text{ ومنها ع } 8 = \frac{0+8}{2}$$

$$\text{اذن أ } (0, 0, 0, 0) \text{ ب. } (0, 0, 0, 0) \text{ ج. } (0, 0, 0, 0)$$

$$\text{النقطة و هي منتصف ج أ } = (0, 0, 0, 0)$$

٢-١

$$\text{س ١ : أ } \vec{AB} = \vec{B} - \vec{A} = (2, 4) = 2\vec{u} + 4\vec{v}$$

$$\vec{AC} = \vec{C} - \vec{A} = (0, 6) = 0\vec{u} + 6\vec{v}$$

$$\text{ب } |\vec{AB}| = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20}$$

$$|\vec{AC}| = 6$$

$$\text{س ٢ : } 3 + 2 = 5$$

ص-٢ = ٣ + س = ٢ - (٣ + س٢) وينتج (٢س + ٣) = ٢ - س + ٣ وينتج س = ٢ بالتعويض بقيمة س ينتج ص = ٢

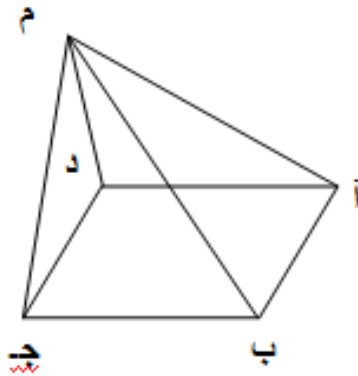
$$٧ = ٣ + ٢ \times$$

س٣: أ) محيط الدائرة = $٢ \times ١٤ \times \pi = ٢٨ \pi$ والمطلوب بالمسافة نصفها فقط

المسافة الكلية = $٢٠ + \pi ١٤ + ٢٠ = (٤٠ + \pi ١٤)$ متر

ب) الازاحة الكلية = $٢٠ + ١٤ + ١٤ + ٢٠ = ٦٨$ م

س٤:

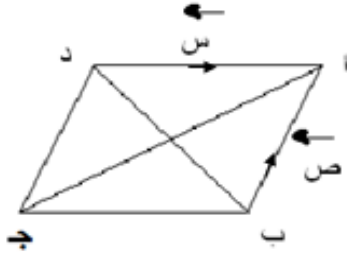


$$\vec{SA} + \vec{AB} = \vec{SB}$$

$$\vec{SA} + \vec{BC} = \vec{SB} + \vec{AC} = \vec{SC}$$

نجمع المعادلتين وينتج $\vec{SA} + \vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} = \vec{SA} + \vec{AC} + \vec{AB} + \vec{BC}$ وهو المطلوب

تمارين (٣-١) العمليات على المتجهات



س١ (أ) $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c} = \vec{a} - \vec{c} + \vec{c} = \vec{a} - (\vec{c} + \vec{c})$

ب) $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c} = \vec{a} - \vec{c} + \vec{c}$

س٢ (أ) $(-14, 21) = (8, 6) + (-20, 15) = (4, 3) \cdot 2 + (-5, 3) \cdot 5$

س٣ نكتب المتجهات بالوضع القياسي

$\vec{a} = (0, 5)$ ، $\vec{b} = (0, 5)$ لان $\vec{a} = \vec{b}$ اذن تساوى وتوازى ضلعان متقابلان في شكل رباعي ، لذلك الشكل هو متوازي اضلاع

س٤ (أ) $|\vec{a}|^2 = (0-5)^2 + (5-0)^2 = 25 \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{a} = 25$

ومنها $2 = 2 + 3 - 2 = 0 \Rightarrow 0 = 4 + 6 - 2 = 0$

$(1-s)(1-s) = 0 \Rightarrow s = 1$ $s = 2$

س٥ $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c} = \vec{a} - \vec{c} + \vec{c} = \vec{a} - (\vec{c} + \vec{c})$

$\vec{a} = \vec{b} + \vec{c} = \vec{a} - \vec{c} + \vec{c} = \vec{a} - (\vec{c} + \vec{c})$

س٦ $(7, 5) = \vec{a} + \vec{b}$

$${}^3_2\vec{u} + {}^3_1\vec{u} = (3, 3) = \vec{u} \text{ ومنها } (7, 5) = \vec{u} + (4, 2)$$

س٧) (أ) متجه طوله ٥ وحدات وعكس $\vec{u}$ $= \frac{(6, -2)}{\sqrt{36+4}} \times 5 = (\frac{30}{40}, \frac{10}{40})$

ب) ٥ أمثال المتجه $\vec{u}$ وباتجاه $\vec{u}$ هو $(-2, 6) = (-10, 30)$

تمارين ١-٤

$${}^3_6\vec{u} + {}^2_2\vec{u} + {}^1_1\vec{u} = (6, 2, 1) = \vec{u}_2 + \vec{u}_1 \quad (1)$$

(٢) أ) $(-6, 2, 3)$ ، ب) $(2, 8, 4)$

أ) $\vec{u} \pm \vec{u} = (8, 2, 5)$

ب) $(\frac{20}{93}, \frac{8}{93}, \frac{32}{93}) = \frac{\vec{u}}{|\vec{u}|}$

$$(ج) \text{ متجه وحدة عكس اتجاه } \vec{A} = \frac{\vec{A}}{|\vec{A}|} = \left(\frac{5}{\sqrt{93}}, \frac{2}{\sqrt{93}}, \frac{8}{\sqrt{93}} \right)$$

$$(٣) \text{ إذا كان } \vec{A} = (-2, 4, 6) \text{ وكان } \vec{A} = \vec{A}_1 + \vec{A}_2 + \vec{A}_3 \text{ و } \vec{A}_1 = (2, 3, 1) \text{ و } \vec{A}_2 = (2, 3, 2) \text{ و } \vec{A}_3 = (2, 3, 2)$$

$$\vec{A}_3 = \vec{A} - \vec{A}_1 - \vec{A}_2 = (-2, 4, 6) - (2, 3, 1) - (2, 3, 2) = (-6, -1, 3) \text{ ومنها}$$

$$\vec{A}_3 = (-6, -1, 3) = (-2, 4, 6) - (2, 3, 1) - (2, 3, 2)$$

$$(٤) \vec{A}_1 + \vec{A}_2 + \vec{A}_3 = (-2, 4, 6) = (-2, 4, 6)$$

$$\vec{A}_1 - \vec{A}_2 = (-2, 4, 6) - (2, 3, 1) = (-4, 1, 5)$$

$$\text{بحل المعادلتين ينتج } \vec{A}_1 = (-2, 4, 6) \text{ و } \vec{A}_2 = (2, 3, 1) \text{ ومنها}$$

$$\vec{A}_1 - \vec{A}_2 = (-2, 4, 6) - (2, 3, 1) = (-4, 1, 5) \text{ إذن } |\vec{A}_1 - \vec{A}_2| = \sqrt{(-4)^2 + 1^2 + 5^2} = \sqrt{26}$$

تمارين ١-٥

$$(1) \quad \vec{a} = (0, 3, 5) \cdot (2, 2, -1) = 0 + 6 + 5 = 11$$

$$(2) \quad \vec{a} = (9, 12, 3), \vec{b} = (3, 4, 1) \quad \text{ب) } \vec{a} \cdot \vec{b} = 3 \cdot 9 + 4 \cdot 12 + 1 \cdot 3 = 27 + 48 + 3 = 78$$

$$(3) \quad \vec{a} = (9, 12, 3), \vec{b} = (3, 4, 1) \quad \text{ب) } \vec{a} \cdot \vec{b} = 3 \cdot 9 + 4 \cdot 12 + 1 \cdot 3 = 27 + 48 + 3 = 78$$

(ملاحظة يمكن الحل عن طريق قانون الزاوية بين متجهين)

$$(3) \quad \vec{a} = (9, 12, 3), \vec{b} = (3, 4, 1) \quad \text{ب) } \vec{a} \cdot \vec{b} = 3 \cdot 9 + 4 \cdot 12 + 1 \cdot 3 = 27 + 48 + 3 = 78$$

$$\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{78}{\sqrt{9^2 + 12^2 + 3^2} \sqrt{3^2 + 4^2 + 1^2}} = \frac{78}{\sqrt{150} \sqrt{26}} = \frac{78}{\sqrt{3900}} = \frac{78}{62.45} \approx 1.25$$

$$(4) \quad \vec{a} = (9, 12, 3), \vec{b} = (3, 4, 1) \quad \text{ب) } \vec{a} \cdot \vec{b} = 3 \cdot 9 + 4 \cdot 12 + 1 \cdot 3 = 27 + 48 + 3 = 78$$

$$\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|} = \frac{78}{\sqrt{150} \sqrt{26}} = \frac{78}{62.45} \approx 1.25$$

$$(5) \quad \vec{a} = (9, 12, 3), \vec{b} = (3, 4, 1) \quad \text{ب) } \vec{a} \cdot \vec{b} = 3 \cdot 9 + 4 \cdot 12 + 1 \cdot 3 = 27 + 48 + 3 = 78$$

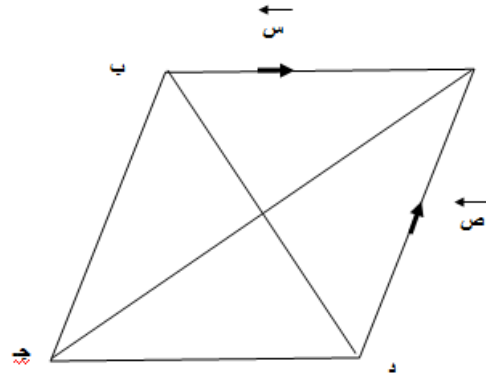
او س = ٢٧٠ ترفض اذن س = $\frac{\pi}{6}$ او $\frac{\pi}{6} + \pi$

$$(٤) \quad \text{جتا } \frac{\pi}{4} + \text{جتا } \frac{\pi}{3} + \text{جتا } \frac{\pi}{2} = ١ \quad \text{ومنها} \quad \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \text{جتا } \frac{\pi}{2} = ١$$

$$\text{جتا } \frac{\pi}{2} = \frac{1}{4} \quad \text{ومنها} \quad \text{جتا } \frac{\pi}{2} = \frac{1}{4}$$

$$\pm \frac{1}{2} = \text{جتا } \frac{\pi}{3} \quad (٦٠)$$

(٥) أثبت باستخدام المتجهات ان قطري المعين متعامدان .



$|\vec{u}| = |\vec{v}|$ اضلاع المعين متساوية في الطول
المطلوب اثبات أن ج أ عمودي على د ب

$$\begin{aligned} \text{ج أ} \leftarrow &= (\text{ص} \leftarrow \text{س} +) \leftarrow , (\text{ص} \leftarrow \text{س} -) \leftarrow \\ &= (\text{ص} \leftarrow \text{س} +) \cdot (\text{ص} \leftarrow \text{س} -) = \text{ص} \leftarrow \text{س} - \text{ص} \leftarrow \text{س} + \\ &= \text{ص} \leftarrow \text{س} - \text{ص} \leftarrow \text{س} + \end{aligned}$$

اذن القطران متعامدان

$$\text{ش} = |\text{ق}| \cdot |\text{ف}| = 4 \text{ جتاه} = \frac{1}{2} \times 8 \times 3 = \frac{24}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{٧) اذا كان أ يعامد ب} \leftarrow , \text{وكان أ يعامد} \leftarrow \text{أثبت أن أ يعامد} \leftarrow \text{د} \\ \text{حيث د} \leftarrow = \text{م} \leftarrow \text{ب} + \text{ن} \leftarrow , \text{م} \leftarrow , \text{ن} \leftarrow \exists \text{ ح}^* \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{أ} \leftarrow \cdot \text{د} \leftarrow &= \text{أ} \leftarrow \cdot (\text{م} \leftarrow \text{ب} + \text{ن} \leftarrow) = \text{أ} \leftarrow \cdot \text{م} \leftarrow \text{ب} + \text{أ} \leftarrow \cdot \text{ن} \leftarrow \\ &= \text{م} \leftarrow \text{أ} \leftarrow \cdot \text{ب} \leftarrow + \text{ن} \leftarrow \cdot \text{أ} \leftarrow = 0 + 0 = 0 \end{aligned}$$

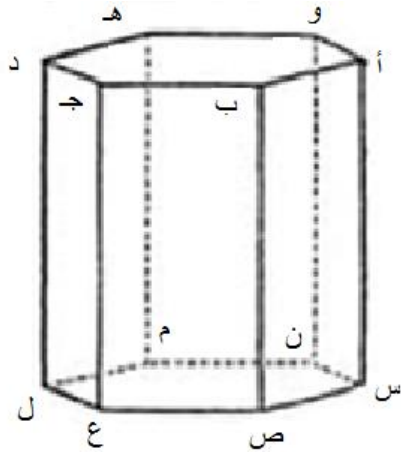
اذن المتجهان متعامدان .

تمارين ومسائل ١-٦

س١: (١ ب ٢ د ٣ ج ٤ ب ٥ أ)

س٢:

١٠	٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١
خطأ	صح	خطأ	خطأ	خطأ	صح	خطأ	خطأ	صح	خطأ



س٣: (أ عدد لا نهائي ب عدد لا نهائي ج واحد فقط

١- مستقيمان متوازيان (أ س // ب ص)

٢- مستقيمان متخالفان (أ ب و س ن)

٣- مستقيمان متعامدان (ج ع ، س ص)

٤- مستويان متقاطعان (أ س ص ، س ص ع)

٥- مستويان متوازيان (أ ب ج ، س ص ع)

٦- مستقيم يقع في مستوى (ن م يقع في المستوى س ص ع)

(٧-١) علمي فقط تمارين و مسائل : ١-٧ نظرية الأعمدة الثلاثة

(١) المثلث أ ب ج فيه الزاوية ب قائمة ، رسم ج د $\perp$ المستوى أ ب ج ثم وصل أ د ، نصف ب ج في ه ، وكذلك نصف أ د ، في و . أثبت أن : و ه $\perp$ ب ج ؟
المعطيات : الزاوية ب قائمة ، ج د $\perp$ المستوى أ ب ج .

ه ، و منتصف ب ج ، أ د

المطلوب: اثبات ان و ه $\perp$ ب ج

العمل : ننصف أ ج في ل ونصل ل ه ، ل و

البرهان : بما ان ه منتصف ب ج ، ل منتصف أ ج

بما ان ل ه يوازي أ ب اذن الزاوية ل ه ج قائمة

و بما ان ل منتصف أ ج ، و منتصف أ د اذن ل و يوازي ج د

و بما ان ل و $\perp$ على المستوى أ ب ج اذن يكون و ه مائل على المستوى أ ب ج

مسقطه ل ه عمودي على ب ج الواقع في المستوى أ ب ج

اذن المائل و ه $\perp$ ب ج وهو المطلوب

(٢) أ ب ج مثلث رسم ج د عمودي على المستوى أ ب ج ثم وصل د أ ،

ونصف أ د ، أ ج ، ب ج في م ، ل ، ن على الترتيب . ثم وصل م ن فكان عموديا على ب ج . أثبت ان الزاوية أ ب ج قائمة ؟

البرهان : بما ان م ل يوازي د ج

ج د $\perp$ على المستوى أ ب ج

م ل $\perp$ على المستوى أ ب ج

اذن ل ن هو مسقط المائل م ن على المستوى أ ب ج

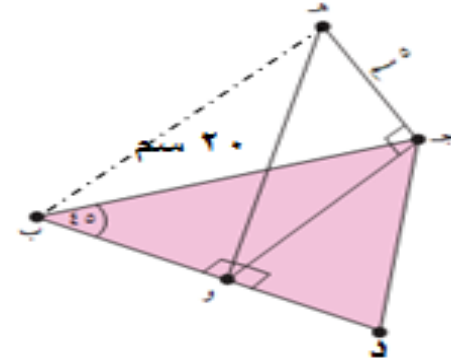
وبما أن المائل م ن $\perp$ ب ج الواقع في المستوى أ ب ج

اذن مسقطه ل ن $\perp$ ب ج

اذن الزاوية ل ن ج قائمة

وبما ان ل ن يوازي أ ب اذن الزاوية أ ب ج قائمة

س٣:



الحل :

بما ان المثلث ب و ج قائم الزاوية و متساوي الساقين

اذن $\angle(ب و) = \angle(و ج) + \angle(ج و ب)$ و بما أن ب و ج = و ج

$$2(ب و) = 400 \leftarrow (ب و) = 200 \text{ و ايضا } (و ج) = 200$$

ه و عمود على ب د (بحسب نظرية الاعمدة الثلاث)

$$\angle(ه و) = 225 = 25 + 200 \text{ ومنها } ه و = 15$$

قياس الزاوية ه و ب = 90° (بحسب نظرية الاعمدة الثلاث)

$$\angle(ه ب) = \angle(ب و) + \angle(و ه)$$

$$٤٢٥ = ٢٢٥ + ٢٠٠ =$$

$$\sqrt{٤٢٥} = \text{هـ ب}$$

تمارين عامة

(١)

١٠	٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١	الفرع
د	ب	أ	ب	د	ج	أ	ب	ج	أ	الرمز
١٠٨	أ ← و ← ب ← في	متساوي الأضلاع	٢	(١٧ ، ٢ ، ٦)	٣ -	٩٠	٣	لا يقعان في مستوى	١	الجواب

								واحد ولا يتقاطعان.		
	نفس الاتجاه									

$$(2) \quad \overleftarrow{A} = (1, 0, 0, 1) \quad , \quad | \overleftarrow{A} | = \sqrt{1+0+1} = \sqrt{2}$$

$$\text{جتاحه}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ ومنها هـ } 45^\circ, \text{ جتاحه}_2 = 0 \text{ ومنها هـ } 90^\circ, \text{ جتاحه}_3 = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ ومنها هـ } 135^\circ$$

$$(3) \quad \overleftarrow{A} \cdot \overleftarrow{B} = (س, 75) \cdot (س, 0) = س^2 = 60 \text{ هـ}$$

$$\text{جتاحه} = \frac{س^2}{\sqrt{س^2 + 75} \times \sqrt{س^2 + 75}} = \frac{س}{س^2 + 75} = \frac{1}{2} \text{ وبتربيع الطرفين وترتيب المعادلة } س = \pm 5$$

$$(4) \quad \overleftarrow{A} = (1, -2) \text{ وكان } \overleftarrow{B} = (م, -1)$$

$$(1) \quad \frac{1-}{1-} = \frac{2-}{م} \text{ ومنها م } = \frac{1-}{2} \text{ ملاحظة يمكن الحل باستخدام جتاحه}$$

$$(2) \quad (1, -2) \cdot (م, -1) = 0 \text{ ومنها } م^- = 2 \text{ ومنها م } = -2$$

$$(3) \quad \text{جتاحه } 45^\circ = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{2+م-}{\sqrt{1+م^2} \times \sqrt{5}} \text{ وبتربيع الطرفين وحل المعادلة } م = \frac{1}{3} \text{ او } -3$$

$$(٥) \quad | \overleftarrow{أ} | = ٤ ، | \overleftarrow{ب} | = ١٠ ، هـ = ٦٠$$

$$\overleftarrow{أ} (١) = \frac{1}{2} \times ١٠ \times ٤ = \overleftarrow{ب} .$$

$$(٢) \quad | \overleftarrow{أ} + \overleftarrow{ب} | = | \overleftarrow{أ} | + | \overleftarrow{ب} | = ٢ + ٢ = ٤ \quad | \overleftarrow{ب} | = ١٦ = ١٠ + ٨ + ١٠ = ١٩٦ \text{ ومنها}$$

$$| \overleftarrow{أ} + \overleftarrow{ب} | = ١٤$$

$$(٣) \quad | \overleftarrow{أ} - \overleftarrow{ب} | = ٣٦ = ١٠ + ٨ - ١٦ = ٦ \text{ ومنها } | \overleftarrow{أ} - \overleftarrow{ب} | = ٦$$

$$(٦) \quad \overleftarrow{أ} (٢ ، ٢) ، \overleftarrow{ب} (٥ ، ٢-) ، \overleftarrow{ج} (٥- ، ٧) ، \overleftarrow{د} (٨ ، ٣-) ، \overleftarrow{هـ} (٨ ، ٣-)$$

$$\overleftarrow{م} = (٢٤ ، ٩-) = \overleftarrow{ن} = (٨ ، ٣-) = \overleftarrow{س} = (٨ ، ٣-) \text{ أي ان } \overleftarrow{م} // \overleftarrow{د}$$

$$(٧) \quad \overleftarrow{أ} (٣ ، ١ ، ٧) ، \overleftarrow{ب} (٤ ، ٣ ، ٥) ، \overleftarrow{ج} (٣ ، ٥ ، ٣)$$

$$\overleftarrow{أ} \overleftarrow{ب} = \overleftarrow{ب} - \overleftarrow{أ} = (١٠ ، ٢-) \text{ ومنها طول } \overleftarrow{أ} \overleftarrow{ب} = ٣$$

$$\overleftarrow{أ} \overleftarrow{ج} = \overleftarrow{ج} - \overleftarrow{أ} = (٠ ، ٤ ، ٤-) \text{ ومنها طول } \overleftarrow{أ} \overleftarrow{ج} = 32$$

$$\overleftarrow{ب} \overleftarrow{ج} = \overleftarrow{ج} - \overleftarrow{ب} = (١- ، ٢ ، ٢-) \text{ ومنها طول } \overleftarrow{ب} \overleftarrow{ج} = ٣ \text{ اذن المثلث متساوي الساقين}$$

$$(٨) \text{ بما ان } \overleftarrow{أ} // \overleftarrow{ب} \text{ اذن } \frac{\overleftarrow{ك}}{1} = \frac{3}{6} = \frac{\overleftarrow{م}}{2} \text{ ومنها } \frac{1}{2} = \overleftarrow{ك} \text{ و } \overleftarrow{م} = ١$$

$$\overleftarrow{ب} = (\overleftarrow{ك}, \overleftarrow{م}, \overleftarrow{ج}) = (١, ٣, \frac{1}{2}) \text{ و } \overleftarrow{ج} = (\overleftarrow{ك}, \overleftarrow{م}, \overleftarrow{ك} + \overleftarrow{م}) = (\frac{1}{2}, ١, \frac{3}{2})$$

$$٢ | \overleftarrow{ج} | ٢ - \overleftarrow{ب} = \overleftarrow{ب} \cdot \overleftarrow{ب} = (\frac{14}{4}) \times ٢ - \overleftarrow{ب} = (\frac{41}{4}) \overleftarrow{ب} - ٣$$

$$(٢) (\overleftarrow{ب} \cdot \overleftarrow{ج}) \cdot \overleftarrow{أ} = \overleftarrow{ب} \cdot \overleftarrow{ج} = (\frac{3}{2} + ٣ + \frac{1}{4}) \overleftarrow{ب} = (\overleftarrow{ب}, \overleftarrow{ب}, \overleftarrow{ب}) \cdot (\overleftarrow{ب}, \overleftarrow{ب}, \overleftarrow{ب}) = ١٩$$

$$= (١٩, ١٤٤, ٣٨)$$

$$(٩) \text{ جتا } ١ \text{ هـ} + \text{جتا } ٢ \text{ هـ} + \text{جتا } ٣ \text{ هـ} = ١ \text{ لكن } ١ \text{ هـ} = ٢ \text{ هـ} = ٣ \text{ هـ} \text{ اذن}$$

$$\frac{1}{3} = \text{ومنها جتا } ١ \text{ هـ} = \frac{1}{3} \text{ ومنها جتا } ٢ \text{ هـ} = \frac{1}{3} \text{ ومنها جتا } ٣ \text{ هـ} = \frac{1}{3}$$

$$\overleftarrow{أ} = \overleftarrow{أ}_1 + \overleftarrow{أ}_2 + \overleftarrow{أ}_3 \text{ ومنها } (\overleftarrow{أ}, \overleftarrow{أ}, \overleftarrow{أ})$$

الوحدة الثانية : المنطق

تمارين ومسائل ١-٢

١- الجمل التي تمثل عبارات رياضية هي: أ ، ب ، ج ، د . لكن ، هـ ، و لا تمثل عبارات رياضية

٢- (١ خ (٢ خ (٣ خ (٤ ص (٥ ص (٦ ص

٣- نفي العبارات :

(١ منحنا لاقتراق (س/س) = غير متماثل حول نقطة الأصل.

(٢ $\sqrt{135} \leq \sqrt{45}$

(٣ ق(س) = س ليس اقتراناً فردياً

(٤ العدد ٢ ليس من مضاعفات العدد ٣٢

(٥ الصفر عدد غير نسبي

(٦ المستقيما الذي معادلته $x = 2$ لا يعامد المستقيما الذي معادلته $y = \frac{1}{2}$

٤-

١	٢	٣	٤	٥
ب	أ	ج	د	أ

تمارين ومسائل ٢-٢

١- أ) النيون من العناصر النبيلة و الكبريت ليس فلزاً

ب) النيون ليس من العناصر النبيلة والكبريت ليس فلزاً

ج) النيون ليس من العناصر النبيلة أو الكبريت فلز

٢- أ) خ ب ص ج خ

١	٢	٣
ج	أ	أ

٣-

تمارين ٢-٣

١) ١- إذا كان الوتر أطول أضلاع المثلث قائم الزاوية فإن مجموع قياسات زوايا الخماسي الداخلية = ٥٤٠°

٢- الوتر ليس أطول أضلاع المثلث قائم الزاوية أو مجموع قياسات زوايا الخماسي الداخلية = ٥٤٠°

٣- الوتر أطول أضلاع المثلث قائم الزاوية أو مجموع قياسات زوايا الخماسي الداخلية $\neq ٥٤٠^\circ$

٤- إذا كان مجموع قياسات زوايا الخماسي الداخلية $\neq ٥٤٠^\circ$ الوتر ليس أطول أضلاع المثلث قائم الزاوية

٢ (١- ص ، ٢- خ ٣- ص ٤- ص

٣ (١- م ← ن ٢- ن ↔ ع ٣- (م ∧ ع) ← ن ٤- (ع ∨ م) ← ن

٤ (يجيب الطلبة بعبارات من إنشائهم

٥ (١-

ف	ن	ف ← ن	ف	(ف ← ن) ∧ ف
ص	ص	ص	خ	ح
ص	خ	خ	خ	ح
خ	ص	ص	ص	ص
خ	خ	ص	ص	ص

ف	ن	ف	ف ∨ ن	ن	ف ∧ ن	(ف ∨ ن) ← (ف ∧ ن)
ص	ص	خ	ص	ح	خ	ص
ص	خ	خ	خ	ص	ص	ص
خ	ص	ص	ص	خ	خ	ص

خ	خ	ص	ص	ص	خ	خ
---	---	---	---	---	---	---

-٢

-٣

ف	ن	م	ف ← ن	~ (ف ← ن)	~	~ (ف ← ن) ^
ص	ص	ص	ص	ح	خ	خ
ص	ص	خ	ص	خ	ص	خ
ص	خ	ص	خ	ص	خ	خ
ص	خ	خ	خ	ص	ص	ص
خ	ص	ص	ص	خ	خ	خ
خ	خ	خ	ص	خ	ص	خ
			ن ← ف	ن ← ف		(ف ^ ن) ← ف
خ	خ	خ	ص	خ	ص	خ
					خ	
					ص	

(٦

الحل أعلاه يمثل أحد الحلول بالإمكان البحث عن حل آخر ...

تمارين ومسائل ٢ - ٤

١/أبملاحظة قيم صواب العبارتين ف ← ن ،

غير متكافئتين

ف	ن	ن ← ف	ن ← ف	ف ← ن
ص	ص	خ	خ	خ
ص	خ	ص	خ	خ
خ	ص	ص	ص	ص
خ	خ	ص	ص	خ

ف ← ن ، نالمتناظرة ، نجد أنهما

١/ب بملاحظة قيم صواب العبارتين ف ← ن ، ن ← ف ، ن ← ف نجد أنهما متكافئتان

ف	ن	ف ← ن	ن ← ف	ف ← ن	ن ← ف
ص	ص	ص	ص	ص	ص
ص	خ	ص	ص	ص	ص
خ	ص	ص	ص	ص	ص
خ	خ	ص	ص	ص	ص

٢/٢ ← ٣ ← ٢/٢

٢/٢ إذا كان السمك غير عالي القيمة الغذائية إذن التدخين غير مضر بالصحة والفواكه ليست مفيدة

٣/١ المثلث متساوي الأضلاع وغير حاد الزوايا

٢/٣ المنطق من فروع الرياضيات والرياضيات ليست لغة العلوم

$$V(\text{ف} \vee \text{ن}) \sim \equiv \text{ف} \vee \text{ن} \leftarrow \text{ن} \quad 1/4$$

$$\equiv (\sim f \wedge \sim n) \vee n$$

$$(n \vee \sim n) \wedge (\sim f \vee n) \equiv$$

$$\equiv (\sim V \vee N) \wedge V$$

$$\equiv (\sim \text{ف} \vee \text{ن})$$

≡ ف ← ن

$$۲/۴ \quad \text{ف} \leftarrow \text{ف} \text{ V } \sim \text{ن} \equiv \text{ف} \text{ V } (\text{ف} \text{ V } \sim \text{ن})$$

$$\equiv \text{ف} V \sim V \text{ن} V \text{ف}$$

$$\equiv \sim (f \wedge n) V f$$

$$\equiv (f \wedge n) \leftarrow f$$

$$3/4 \quad (f \vee n) \leftarrow (f \wedge \sim n) \equiv \sim (f \vee n)$$

$$(f \vee n) \leftarrow (f \wedge \sim n) \equiv \sim (f \vee n) \vee (f \wedge \sim n)$$

$$\equiv (\sim f \wedge \sim n) \vee (f \wedge \sim n)$$

$$\equiv (f \wedge \sim n) \vee (\sim f \wedge \sim n)$$

$$\equiv (f \wedge \sim n)$$

$$\equiv \sim (f \leftarrow n)$$

$$4/4 \quad f \leftarrow (n \wedge \sim m) \equiv (f \leftarrow n) \wedge (f \leftarrow \sim m)$$

$$f \leftarrow (n \wedge \sim m) \equiv (f \vee \sim n) \wedge (f \vee m)$$

$$\equiv (\sim f \vee n) \wedge (\sim f \vee \sim m)$$

$$\equiv (f \leftarrow n) \wedge (f \leftarrow \sim m)$$

تمارين ومسائل ٢-٥

$$(١) \quad ١-٢ \quad ٢-٣ \quad ٣-٤ \quad ٤-٥$$

$$(٢) \quad ١-٢ \quad ٢-٣ \quad ٣-٤ \quad ٤-٥ \quad ٥-٦ \quad ٦-٧$$

$$٦- \{ (١, ٢), (٢, ٣), (٣, ٤), (٤, ٥), (٥, ٦), (٦, ٧), (٧, ٨), (٨, ٩), (٩, ١٠), (١٠, ١١), (١١, ١٢), (١٢, ١٣), (١٣, ١٤), (١٤, ١٥), (١٥, ١٦), (١٦, ١٧), (١٧, ١٨), (١٨, ١٩), (١٩, ٢٠), (٢٠, ٢١), (٢١, ٢٢), (٢٢, ٢٣), (٢٣, ٢٤), (٢٤, ٢٥), (٢٥, ٢٦), (٢٦, ٢٧), (٢٧, ٢٨), (٢٨, ٢٩), (٢٩, ٣٠), (٣٠, ٣١), (٣١, ٣٢), (٣٢, ٣٣), (٣٣, ٣٤), (٣٤, ٣٥), (٣٥, ٣٦), (٣٦, ٣٧), (٣٧, ٣٨), (٣٨, ٣٩), (٣٩, ٤٠), (٤٠, ٤١), (٤١, ٤٢), (٤٢, ٤٣), (٤٣, ٤٤), (٤٤, ٤٥), (٤٥, ٤٦), (٤٦, ٤٧), (٤٧, ٤٨), (٤٨, ٤٩), (٤٩, ٥٠), (٥٠, ٥١), (٥١, ٥٢), (٥٢, ٥٣), (٥٣, ٥٤), (٥٤, ٥٥), (٥٥, ٥٦), (٥٦, ٥٧), (٥٧, ٥٨), (٥٨, ٥٩), (٥٩, ٦٠), (٦٠, ٦١), (٦١, ٦٢), (٦٢, ٦٣), (٦٣, ٦٤), (٦٤, ٦٥), (٦٥, ٦٦), (٦٦, ٦٧), (٦٧, ٦٨), (٦٨, ٦٩), (٦٩, ٧٠), (٧٠, ٧١), (٧١, ٧٢), (٧٢, ٧٣), (٧٣, ٧٤), (٧٤, ٧٥), (٧٥, ٧٦), (٧٦, ٧٧), (٧٧, ٧٨), (٧٨, ٧٩), (٧٩, ٨٠), (٨٠, ٨١), (٨١, ٨٢), (٨٢, ٨٣), (٨٣, ٨٤), (٨٤, ٨٥), (٨٥, ٨٦), (٨٦, ٨٧), (٨٧, ٨٨), (٨٨, ٨٩), (٨٩, ٩٠), (٩٠, ٩١), (٩١, ٩٢), (٩٢, ٩٣), (٩٣, ٩٤), (٩٤, ٩٥), (٩٥, ٩٦), (٩٦, ٩٧), (٩٧, ٩٨), (٩٨, ٩٩), (٩٩, ١٠٠) \}$$

$$\frac{١}{٣} \text{ س } ٢ \geq ٢ \text{ ومنها س } ٤ \geq ٤ \text{ مجموعة حل ق(س) } = \{ ١, ٢, ٣, ٤ \}$$

$$\text{س } ٢ = ١ + ١ \text{ ومنها س } ٣ = ٣ \text{ مجموعة حل ه(س) } = \{ ٣ \}$$

$$\text{ب/ مجموعة حل ق(س) } \vee \text{ ه(س) } = \{ ١, ٢, ٣, ٤ \}$$

$$\text{ج/ مجموعة حل ق(س) } \wedge \text{ ه(س) } = \{ ٣ \}$$

$$\text{د/ مجموعتا حليهما غير متساويتين إذن غير متكافئتين .}$$

$$(٣) \quad ١- \text{ ص } \leftarrow \text{ العبارة خاطئة}$$

$$٢- \text{ خ } \leftarrow \text{ العبارة صائبة}$$

$$٣- \text{ خ } \vee \text{ العبارة خاطئة}$$

$$٤- \text{ خ } \leftarrow (\text{ ص } \wedge \text{ خ }) \text{ العبارة صائبة}$$

تمارين ومسائل ٢-٦

- (١) ١/ج ٢/أ ٣/د
 (٢) ١/ص ٢/خ ٣/ص ٤/خ
 (٣) ١/ص ٢/ص ٣/ص ٤/ص

تمارين ومسائل ٧-٢

- (١) ١/ج ٢/ب
 (٢) ١/ص ٢/خ ٣/ص
 (٣) ١/بعض المربعات ليست معينات
 ٢/كل الاقترانات ليست دائرية
 ٣/ ∇ (س،ص) $\exists$ ط x ط ، س < ص

تمارين ومسائل ٨-٢

(١) اثبت انه : اذا كان ك عدد فردي فان $ك^2$ عدد فردي.

نفرض ف : ك عدد فردي

ن : $ك^2$

المطلوب اثبات : ف ن. ←

$$ك = ٢م + ١ ، ك^2 = (٢م + ١)^2 = ٤م^2 + ٤م + ١ = (٢م^2 + ٢م)^2 + ١$$

$$= ٢و + ١ = عدد فردي .$$

٢) اثبت أن : اذا كان ك ، ل ، م ، ثلاثة اعداد صحيحة موجبة ، وكان باقي قسمة ك على م = باقي قسمة ل على م فان ك - ل يقبل القسمة على م.

البرهان

نفرض ف : باقي قسمة ك على م = باقي قسمة ل على م

ن : ك - ل يقبل القسمة على م.

المطلوب اثبات : ف ← ن .

نفرض ك = ر م + و ، ل = ع م + و ، ر ، م ، ع ، و ∈ ص

ك - ل = ر م + و - ع م - و = ر م - ع م = م (ر - ع) = ح م حيث ح ∈ ص.

اذن ك - ل يقبل القسمة على م.

٣) اثبت أن : اذا كان أ ، ب عددين حقيقيين ، فان $أ^2 + ب^2 ≥ |أ| + |ب|$.

نفرض ف : أ ، ب عددين حقيقيين ،المطلوب اثبات : ف ← ن .

ن : $أ^2 + ب^2 ≥ |أ| + |ب|$.

$|أ| ≤ ٠ ، ٠ ≤ |ب| : |أ| + |ب| ≤ ٠ ≤ |أ| × |ب|$ ، نضرب الطرفين بالعدد ٢ فينتج

$٢|أ| ≤ ٢ ، ٢|ب| ≤ ٢ ، بإضافة $أ^2 + ب^2$ للطرفين ينتج أن$

$أ^2 + ب^2 + ٢|أ| + ٢|ب| ≤ ٢|أ| + ٢|ب|$ لكن $أ^2 = |أ|^2 ، ب^2 = |ب|^2$ ومنه

$أ^2 + ب^2 + ٢|أ| + ٢|ب| ≤ ٢|أ| + ٢|ب|$ ، اذن $(٢|أ| + ٢|ب|) ≤ ٢(أ^2 + ب^2)$

س :- المسافة المقطوعة بالمرحلة الاولى.

ص :- المسافة المقطوعة بالمرحلة الثانية.

ع :- المسافة المقطوعة بالمرحلة الثالثة.

$$\text{ف: س + ص + ع} < 360, \text{ ن : س} < 120 \text{ أو ص} < 120 \text{ أو ع} < 120$$

المطلوب اثبات ان : ف ، ن ، البرهان بالتناقض ←

نفرض ف صحيحه ، ن خاطئة ، اذن ~ن : س ≥ 120 او ص ≥ 120 او ع ≥ 120

اذن س + ص + ع ≥ 360 وهذا يتناقض مع كون س + ص + ع < 360

اذن الافتراض خاطئ ، ومنه س < 120 أو ص < 120 أو ع < 120

٦) اثبت ان : (٨)^ن - ١ يقبل القسمة على ٧.

نثبت صحة هذه العبارة باستخدام الاستقراء الرياضي

عندما ن = ١ ، ٨^١ - ١ = ٧ تقبل القسمة على ٧

نفرض ان العبارة صحيحة عندما ن = ك ، أي ان (٨)^ك - ١ يقبل القسمة على ٧.

نثبت صحة العبارة عندما ن = ك + ١

(٨)^ك - ١ يقبل القسمة على ٧ ، ومنه (٨)^ك - ١ = ٧ك ، اذن (٨)^ك = ٧ك + ١

بضرب الطرفين بالعدد ٨ : (٨)^{ك+١} = ٨(٧ك + ١) = ٧٨ك + ٨ بطرح ١ من الطرفين ينتج

(٨) $1 - 1^{+k} = 1 - 1^{+k} = 1 - 1^{+k}$ ومنه $(1 + 1^k)1 = 1 + 1^k = 1 - 1^{+k}$ أي ان $1 - 1^{+k}$ يقبل القسمة على ٧.

(٧) اثبت أن : $1(2) + 2(2) + 3(2) + \dots + n(2) = 2 - 1^{+n}$.

نثبت صحة هذه العبارة باستخدام الاستقراء الرياضي

عندما $n = 1$ ، $2 = 1$ ، $2 = 2 - 1^{+1}$ ، $2 = 2 - 1^{+1}$ العبارة صحيحة

نفرض ان العبارة صحيحة عندما $n = k$ ،

أي ان $1(2) + 2(2) + 3(2) + \dots + k(2) = 2 - 1^{+k}$.

نثبت صحة العبارة عندما $n = k + 1$ بمعنى

$$1(2) + 2(2) + 3(2) + \dots + k(2) + (k+1)(2) = 2 - 1^{+k+1}$$

$$1(2) + 2(2) + 3(2) + \dots + k(2) + (k+1)(2) = 2 - 1^{+k} + 2 = 2 - 1^{+k+1}$$

$$1(2) + 2(2) + 3(2) + \dots + k(2) + (k+1)(2) = 2 - 1^{+k} + 2 = 2 - 1^{+k+1}$$

$$1(2) + 2(2) + 3(2) + \dots + k(2) + (k+1)(2) = 2 - 1^{+k} + 2 = 2 - 1^{+k+1}$$

$$1(2) + 2(2) + 3(2) + \dots + k(2) + (k+1)(2) = 2 - 1^{+k} + 2 = 2 - 1^{+k+1}$$

التمارين العامة :

إجابة السؤال الأول

٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١
د	د	أ	ج	ج	أ	د	ب	د

إجابة السؤال الثاني :

أ. ص ب ص ج ص د ص هـ خ

إجابة السؤال الثالث:

ف	ن	ف ← ن	ن ← ف
ص	خ	خ	ص
ص	ص	ص	ص
خ	ص	ص	خ
خ	خ	ص	ص

أ

من خلال الجدول نلاحظ أن ف ← ن ≠ ن ← ف

٥ - اثبت ان : اذا كان $s \neq v$ فان $as \neq av$ ، حيث $a < ١$. (الرجاء التعديل في ص ٣٩ حيث $a > ١$.)

ف: $s \neq v$ ، ن : $as \neq av$ ، حيث $a < ١$.

المطلوب اثبات ان : ف ن ، البرهان بالتناقض ←

نفرض ف صحيحة ، ن خاطئة ، اذن~ن: أس=أص

أس=أص بأخذ لـ للطرفين، لـ أس=لـ أص ومنه س = ص وهذا يتناقض مع كون س ≠ ص اذن أس≠أص

٦_ اثبت باستخدام الاستقراء الرياضي ان :

$$٤١(٢(١+ن)²ن) = ٣(ن) + ... + ٣(٣) + ٣(٢) + ٣(١)$$

نشبت صحة هذه العبارة باستخدام الاستقراء الرياضي

عندما ن = ١ ، ٣(١) = ١ ، ٤١(٢(١+١)²١) = ١ . العبارة صحيحة

نفرض ان العبارة صحيحة عندما ن = ك ،

أي ان: ٣(١) + ٣(٢) + ٣(٣) + ... + ٣(ك) = ٤١(٢(١+ك)²ك)

نشبت صحة العبارة عندما ن = ك + ١ أي نشبت ان :

$$٣(١) + ٣(٢) + ٣(٣) + ... + ٣(ك) + ٣(ك+١) = ٤١(٢(١+ك+١)²(ك+١))$$

٣(١) + ٣(٢) + ٣(٣) + ... + ٣(ك) + ٣(ك+١) = ٤١(٢(١+ك)²ك) باضافة ٣(ك+١) للطرفين

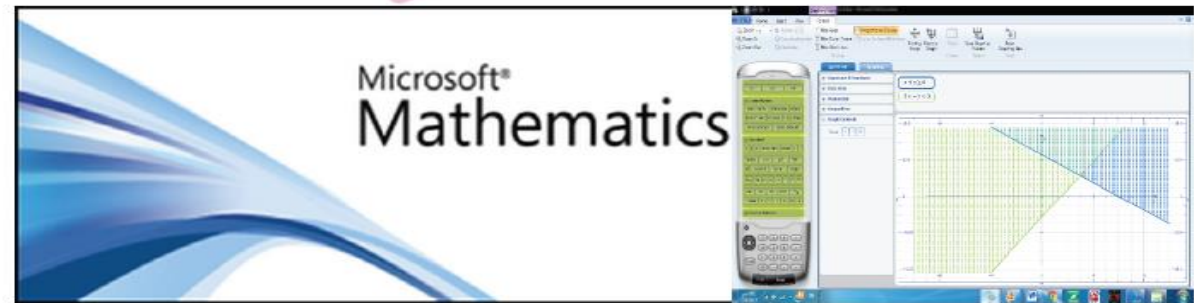
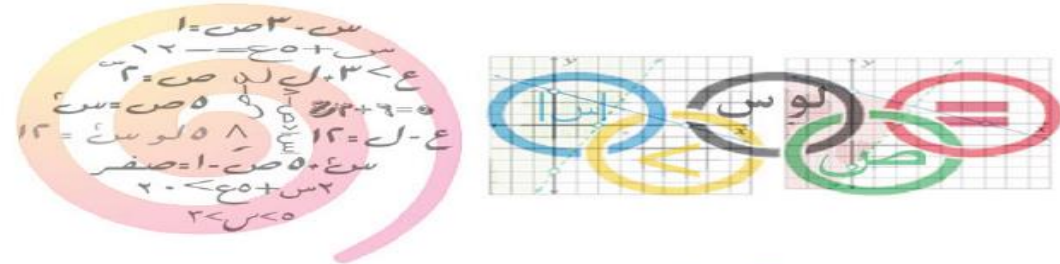
٣(١) + ٣(٢) + ٣(٣) + ... + ٣(ك) + ٣(ك+١) + ٤١(٢(١+ك)²ك) = ٣(١+ك) + ٣(ك) + ... + ٣(٣) + ٣(٢) + ٣(١)

٣(١) + ٣(٢) + ٣(٣) + ... + ٣(ك) + ٣(ك+١) = ٣(١+ك) + ٣(ك) + ... + ٣(٣) + ٣(٢) + ٣(١) + ٤١(٢(١+ك)²ك) + ٤١(٢(١+ك)²ك)

$$x \setminus (x + kx + {}^2k) {}^2(1 + k) = {}^2(1 + k) + {}^2(k) + \dots + {}^2(3) + {}^2(2) + {}^2(1)$$

$$x \setminus {}^2(2 + k) {}^2(1 + k) = {}^2(1 + k) + {}^2(k) + \dots + {}^2(3) + {}^2(2) + {}^2(1)$$

الوحدة الثانية
المعادلات والمتباينات Equations and Inequalities



أقترح معادلة عامة للنجاح في الحياة



تمارين ومسائل (٢-٣)

حل السؤال الأول:

$$(1) \dots \dots \dots \sqrt{2} = ص + س \Leftarrow \sqrt{8} = ص + س$$

$$(2) \dots \dots \dots \sqrt{5} = ص - 2$$

$$(\sqrt{2} = ص + س) \times 2$$

$$(1) \dots \dots \dots \sqrt{4} = \cancel{ص} + 2$$

$$(2) \dots \dots \dots \sqrt{5} = \cancel{ص} - 2$$

$$\sqrt{9} = س 3$$

$$\sqrt{3} = س$$

$$س - 2 = \sqrt{5} \dots \dots \dots (1) \sqrt{8} = ص + س$$

$$\sqrt{2} = ص + \sqrt{3}$$

$$\sqrt{2} - = ص$$

نعوض قيمة س في المعادلة رقم ١

حل السؤال الثاني

$$س 2 : 3جا 2 + 2جا 3 = \frac{1}{2} , 2جا 2 - 3جا 3 = \frac{5}{2}$$

$$3 \times (2جا 2 + 3جا 3) = \frac{1}{2}$$

$$2 \times (2جا 2 - 3جا 3) = \frac{5}{2}$$

$$\begin{array}{r} 9 \text{ جا } 1 + 6 \text{ جا } 2 = \frac{3}{2} \\ 4 \text{ جا } 1 - 2 \text{ جا } 2 = 5 \\ \hline 3 \text{ جا } 1 = \frac{13}{2} \end{array}$$

ومنه

$$3 \text{ جا } 1 = \frac{13}{2} \Leftarrow 1 \text{ جا } 2 = \frac{1}{2}$$

نعوض ونجد قيمة ب هي جتا ب $\Leftarrow \frac{1}{2} = \frac{\pi^2}{3} = \text{ب}$

$$\therefore \frac{\pi}{6} = 1, \frac{\pi}{6} = 5$$

حل السؤال الثالث

$$\begin{array}{r} 1. \dots\dots\dots 8 - = 3ع - 5ص + 7س \\ 2. \dots\dots\dots 4 - = 2ع + 5ص - 3س \\ 3. \dots\dots\dots 0 = 3ع + 3ص + 5س \end{array}$$

نجمع ١ مع ٢

$$\begin{array}{r} 1. \dots\dots\dots 8 - = 3ع - 5ص + 7س \\ 2. \dots\dots\dots 4 - = 2ع + 5ص - 3س \\ \hline 3. \dots\dots\dots 12 - = 5ع - 1ص + 4س \end{array}$$

المعادلة ٢ مع ٣

$$\begin{array}{r} 1. \dots\dots\dots 4 - = 2ع + 5ص - 3س \quad / \times 3 \\ 3. \dots\dots\dots 0 = 3ع + 3ص + 5س \quad / \times 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 (٢).....١٢- = ٤٦+ \cancel{١٥ص} - ٩س \\
 (٣)..... ٠ = ٤٥+ \cancel{١٥ص} + ٢٥س \\
 \hline
 (٥)..... ١٢- = ٤١١+ ٣٤س
 \end{array}$$

ناخذ المعادلة ٤ مع ٥

$$\begin{array}{l}
 ١٢- = ٤- ١٥س \\
 ١٢- = ٤١١+ ٣٤س \quad \times ١١ \\
 \hline
 ١٤٤- = ٤٤٤س
 \end{array}$$

ومنه $١٢- = ٤١١+ ٣٤س$

ونعوض ونجد قيمة $٢ = ٤$ ، $١ = ص$

إجابة السؤال الرابع

نفرض ان عدد الدقائق العرض الاول : س والثاني : ص والثالث : ع

$$\begin{array}{l}
 ١..... ٤٥٠ = ٤ + ص + س \\
 ٢..... ٢٥٠ = ص + س \\
 ٣..... ٣٥٠ = ٤ + ص
 \end{array}$$

$$٢٠٠ = ع \Leftarrow ٤٥٠ = ع + ٢٥٠$$

$$١٥٠ = ص \Leftarrow ٢٠٠ - ٣٥٠ = ص \quad \text{بتعويض ٢ في ١ ينتج}$$

$$١٠٠ = س \Leftarrow ١٥٠ - ٢٥٠ = س$$

إجابة السؤال الخامس:

س٥: عدد شجيرات الزيتون = س ، اللوز = ص ، التفاح = ع

$$١..... \quad ٥٠ = ع + ص$$

$$٢..... \quad ٦٠ = ع + س$$

$$٤..... \quad ١٠ = س - ص$$

نطرح ٢ من ١ ينتج

$$١..... \quad ٥٠ = ع + ص$$

$$٢..... \quad ٦٠ = ع + س$$

$$٣..... \quad ٧٠ = ص + س$$

$$٤..... \quad ١٠ = س - ص + س \quad ع = ٢٠ , \quad س = ٤٠$$

$$٣..... \quad ٧٠ = ص + س$$

$$..... \quad ٦٠ = ص + ٢٠$$

$$..... \quad ٣٠ = ص \Leftarrow$$

تمارين و مسائل (٢-٣)

حل السؤال الأول:

$$٣س - ٢ص = ١٩ \quad \leftarrow \begin{matrix} ٥ = ص + س \\ س - ٥ = ص \end{matrix} \quad \text{نعوض} \quad ٣(٥ - ص) - ٢ص = ١٩$$

$$٣(٥ - ص) - ٢ص = ١٩ \\ ١٥ - ٣ص - ٢ص = ١٩ \\ ١٥ - ٥٦ + ص = ١٩$$

$$\begin{aligned} ٥ &= (٢٨ - ص)(٢ - ص) \\ ٢ &= ص \quad , \quad ٢٨ = ص \\ ٣ &= س \quad , \quad ٢٣ - = س \\ (٢٨, ٢٣ -) &, \quad (٢, ٣) \end{aligned}$$

حل السؤال الثاني:

عرض السجادة = ص

نفرض طول السجادة = س

$$س = ص + ١$$

$$س + ص = ١٣ \quad \text{نعوض} \quad (ص + ١) + ص = ١٣$$

$$ص + ص + ١ = ١٣$$

$$٢ص = ١٢$$

$$(ص + ٣) (ص - ٢) = ٠ \quad \text{ومنه} \quad ص = ٢ \text{ متر ، } س = ٣ \text{ متر}$$

حل السؤال الثالث:

:



$$\text{معادلة المستقيم هي } ص - ٥ = ٣ (س - ٢) \quad \text{ص} - ٥ = ٣س - ٦$$

$$ص = ٣س - ١$$

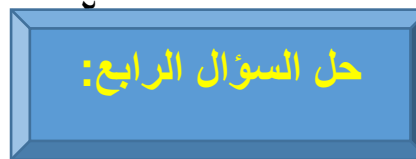
$$\text{نعوض قيمة ص في المعادلة } ٥ = ٣س - ٢ (١ - ٣س)$$

$$٥ = ٢ (٩س - ٦س + ١) - ٣س$$

$$٨ = ١٨س - ١٢س + ٢ - ٣س$$

$$٥س - ٤س - ١ = ٠ \quad (٥س + ١) (س - ١) = ٠$$

$$\Leftrightarrow س = \frac{١}{٥} , س = ١$$



$$\text{المستقيم } ٢س + ٣ص = ٦ \text{ مع المنحنى } (٢س + ص) + (٢س - ص) = ٨$$

$$\Leftrightarrow ٢س + ٣ص = ٦ \quad ص = \frac{٦ - ٢س}{٣}$$

$$\begin{aligned}
& ٤س + ٢س + ٢س - ٢س + ٢س = ٨ \\
& ٨س + ٢س = ٨ \\
& ٤س + ٢س = ٤ \\
& ٤س = \left(\frac{٢س - ٦}{٣} \right) + ٢س \\
& ٣٦ = \frac{(٢س + ٢س - ٣٦)}{٩} + ٢س \quad / \times ٩ \\
& ٣٦ = ٢س + ٢س - ٣٦ + ١٨س \\
& ٠ = ٢س - ٢س \\
& ٠ = (٢س - ٢س) \\
& \frac{٦}{١٠} = \frac{٢س}{٤س} = س , ٠ = س \\
& \frac{٩}{٥} = \frac{\frac{٦}{١٠} - ٦}{٣} = ص , ٢ = ص
\end{aligned}$$

حل السؤال الخامس:

س ٥:

$$١,٤٤ = \frac{١,٨}{٦٤} \times ١٢١ + ٢ \text{ س } ٩$$

$$١,٤٤ = ٢ \text{ س } ٢٧ + ٢ \text{ س } ٩$$

$$\frac{١,٤٤}{٣٦.٠.٠} = ٢ \text{ س } ١,٤٤ = ٢ \text{ س } ٣٦$$

$$٢,٢٦ \approx ٢ \times \frac{١,٨}{٨} = \text{ص} \quad , \quad ٢,٢ = \frac{١٢}{٦.٠} = \text{س}$$

تمارين و مسائل (٣-٣)

حل السؤال الثاني:

س ١:

$$\begin{array}{l} ٢٣٨ = ٧ + ٢ \text{ ص } ٧ \\ ٣٤ = ٩ + ٢ \text{ س } ١٠ \\ ٢٥ = ٢ \text{ س } ١٣ \\ ٥ = \text{س} \end{array} \quad \begin{array}{l} ٧ - ٢ \text{ س } ٨ + ٢ \text{ ص } ٣ = ١٠ \\ ١٣٥ = ٢ \text{ ص } ١٥ \\ ٣ = \text{ص} \end{array} \quad \begin{array}{l} ٣٤ = ٢ \text{ ص } + ٢ \text{ س } ٧ \\ ١٠٣ = ٢ \text{ ص } ٨ + ٢ \text{ س } ٧ \end{array}$$

حل السؤال الثالث

س

$$٢٢ = ٢ ص٩ + \cancel{٢ س٦} + ٢ س + ٢ ص٩ + \cancel{٢ س٦} - ٢ س :$$

$$٢٢ = ٢ + ٨ + ٢$$

$$11 = 2^2 \times 9 + 2^2$$

۲ = ۲ ص ۴ - ۲ ص ۱

$$(1 \pm \sqrt{1 \pm}) \quad \sqrt{1 \pm} = \sqrt{\frac{1 \pm \sqrt{1 \pm}}{1 \pm \sqrt{1 \pm}}}$$

$$1_{\pm} = \psi \Leftarrow 1^2 = \psi$$

حل السؤال الرابع

٥٠٠ = ٢ ص + ٢ س ، ٢٥٠٠ = ٢ ص٩ + ٢ س٤

$$٢٥٠٠ = ٢٩٠ + ٢٦٠$$

[illegible]

ص ۵۰۰ = ۲ س = ۲۰

ص ۲ = ۱۰۰

ص = ۱۰

حل السؤال الخامس:

$$١٦٠٠ + ٢ = \text{ص} \quad , \quad ٢٥٠٠ = ٢ + \text{ص}٤$$

$$(١) \dots\dots\dots ٢٥٠٠ = \cancel{٢ + \text{ص}٢}$$

$$(٢) \dots\dots\dots ١٦٠٠ = \underline{\cancel{٢ - \text{ص}٢}}$$

$$١٣,٤ \approx \frac{٣٠}{٥\sqrt{}} = \sqrt{١٨٠} = \text{ص} \quad \Leftarrow \quad \cancel{١٨٠} = ٢ \text{ ص} \frac{١}{٥}$$

$$\text{المحيط} = \text{أ} + \text{ب} + \text{ج} + \text{د} + \text{هـ}$$

$$٢١٣٠ \approx ١٣٠,٢ = ٥٠ + ٤٠ + ١٣,٤ + ٢٦,٨ =$$

تمارين ومسائل (٣-٤)

س ۱:

$$\begin{array}{l} \circ = {}^2_3\text{س} - {}^2_3\text{س} \\ \circ = (\text{س} - {}^2_3\text{س})\text{س} \\ \circ = {}^2_3\text{س} - {}^2_3\text{س}, \quad \circ = \text{س} \\ ۱, ۵ = \text{س}, \quad \circ = \text{س} \end{array} \Leftarrow \begin{array}{l} {}^2_3\text{س} = {}^2_3\text{س} \\ {}^2_3\text{س} = {}^2_3\text{س} \end{array} \Leftarrow \begin{array}{l} \circ = {}^2_8\text{س} - {}^2_4\text{س} \quad (پ) \\ \text{س}({}^2_3\text{س}) = {}^2_3\text{س}({}^2_3\text{س}) \end{array}$$

(ب) $h^2 = h - 2$ ، $h = 2$
 $h(2 - h) = (h + 1)$
 $h = 2$ ، $h = 1$
 مرفوضة اما $s = l_h$

س ۲:

$$\begin{array}{ll}
\bullet = \lambda 1 + {}^{(\xi+s)}\mathfrak{P} - {}^{(1+s)}\mathfrak{P} - {}^{(1+s^2)}\mathfrak{P} & \\
1 = {}^s\mathfrak{P} & 27 = {}^s\mathfrak{P} \quad \bullet = \lambda 1 + {}^\xi\mathfrak{P} \times {}^s\mathfrak{P} - {}^1\mathfrak{P} \times {}^s\mathfrak{P} - {}^1\mathfrak{P} \times {}^{s^2}\mathfrak{P} \\
{}^1\mathfrak{P} = {}^s\mathfrak{P} & {}^3\mathfrak{P} = {}^s\mathfrak{P} \quad \bullet = \lambda 1 + {}^s\mathfrak{P} \times \lambda \xi - \mathfrak{P} \times {}^{s^2}\mathfrak{P} \\
\bullet = {}^s & \mathfrak{P} = {}^s \quad \bullet = 27 + {}^s\mathfrak{P} \times 28 - {}^{s^2}\mathfrak{P} \\
& & \bullet = (1 - {}^s\mathfrak{P})(27 - {}^s\mathfrak{P})
\end{array}$$

س ۳ :

$$۳ = ۲س - ۲ل (س - ۴)$$

$$۸ = \frac{س}{س - ۴} \iff ۳ = \frac{س}{۴ - س} = ۲س - ۲ل$$

$$\frac{۳۲}{۷} = س \iff ۳۲ = ۷س \iff ۳۲ - ۳۲ = ۷س - ۳۲$$

س ۴:

$$۲ = ۴ + ۲س - ۲ل \quad ۲ = ۱۶ + ۲س - ۲ل$$

$$۲ - ۲س = ۲ل - ۱۶$$

$$۱ - س = ل$$

$$\frac{۱}{۲} = س$$

س ۵:

$$\text{لوس}^3 = ۵ - \text{لوس}^2$$

$$\text{لوس}^3 + \text{لوس}^2 = ۵$$

$$\text{لوس}^3 \times \text{س}^2 = ۵$$

$$\text{س}^۲ = ۵$$

$$\text{س} = ۲$$

س ۶:

$$\text{ص} = ۲ \times ۲^{۰,۲}$$

$$\text{ص} = ۲ \times ۲^{۰,۲} = ۱۵۰۰۰$$

$$\text{ص} = ۲ \times ۲^{۰,۲}$$

$$۲^{۰,۲} = ۴$$

$$۲^{۰,۲} = ۲$$

$$۱۰ = ۲$$

$$\text{ص} = ۲ \times ۱۵۰۰۰ = ۶۰۰۰۰$$

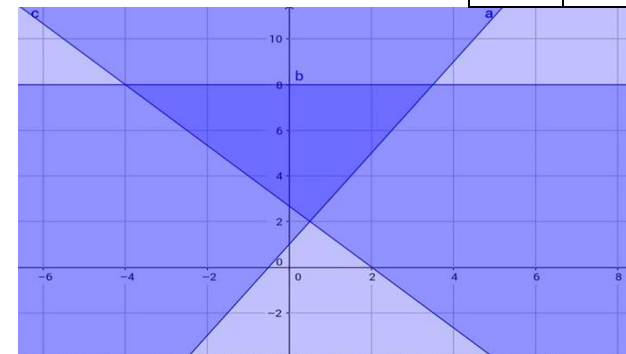
$$\text{ص} = \frac{۶۰}{۱۵}$$

$$\text{ص} = ۴$$

تمارين ومسائل (٣-٥)

(١) $ص \geq ١ + ٢س$ ، $ص \geq ٨$ ، $٨ \leq ٣ص + ٤س$

س	٠	-
ص	١	٠,٥

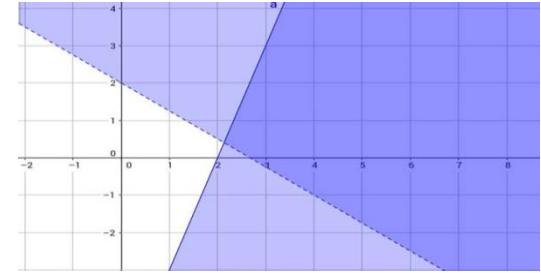


س	٠	٢
ص	٢,٦٦	٠

(٢) $١٢ \leq ٢ص - ٦س$ ، $٨ < ٤ص + ٣س$

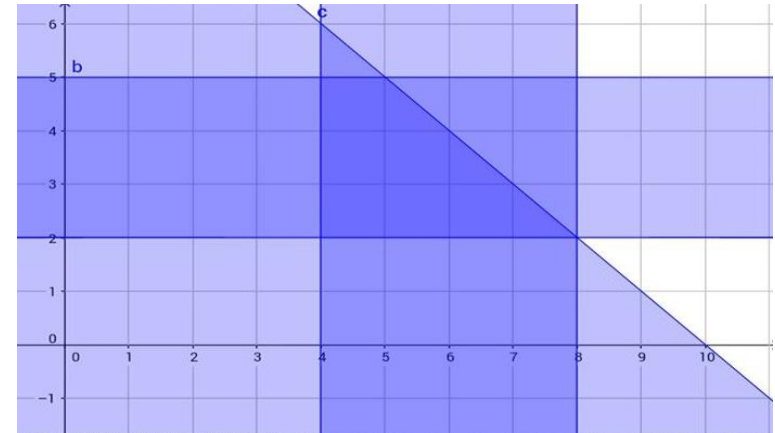
س	٠	٦
ص	٦-	٠

س	٠	٢,٦٦
ص	٢	٠



(۳) $۸ \geq س \geq ۴$ ، $۵ \geq ص \geq ۲$ ، $۱۰ \geq ص + س$

س	۰	۱۰
ص	۱۰	۰



تمارين ومسائل (٣-٦)

(١)

$$\begin{aligned} ٨ &= ٥س - ٦ \\ ٥س &= ٢ - \end{aligned} \quad \text{او} \quad \begin{aligned} ٨ - &= ٥س - ٦ \\ ٥س &= ١٤ \end{aligned} \quad \text{آما} \quad \begin{aligned} ٨ &= ١٤ \\ ٥س &= \frac{١٤}{٥} \end{aligned}$$

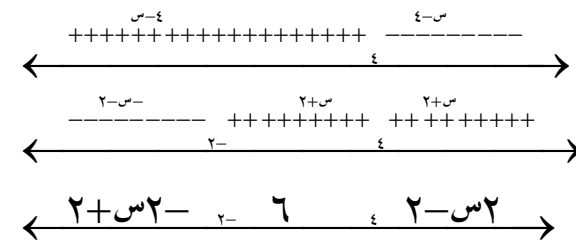
بآ $٥٤ = ١١ - |٢ + س|$ ومنها اما $٣ = ٢ + س$ او $٣ - = ٢ + س$

ومنها $١ = س$ او $٥ - = س$

(٢)

$$\begin{aligned} ٨ &= |٧ - ٢٥| \\ ٨ \pm &= ٧ - ٢٥ \\ ٨ \pm ٧ &= ٢٥ \\ ٣ = ٢ \text{ ، } \frac{١ -}{٥} &= ٢ \end{aligned}$$

(٣)



اما $2-س=6$ و منها $2س=8$ و منها $س=4$

او $6=6$

او $2س+6=2$ و منها $2س=4$ و منها $س=-2$

اذن مجموعة الحل $[-2, 4]$

$$(٤) \quad |س-60| = |س-80|$$

بعد اعادة التعريف للقيمة المطلقة نلاحظ ان

عندما $س < 80$

$$3س-180 = 80-س \text{ و منها } 4س=260 \text{ و منها } 50 \text{ مرفوضة}$$

عندما $80 \leq س \leq 180$

$$3س-180 = س+80 \text{ و منها } 2س=260 \text{ و منها } 130 \text{ مقبولة}$$

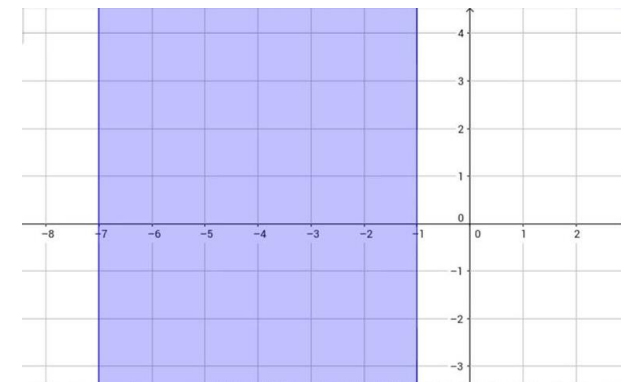
عندما $س > 180$

$3s - 180 = -s + 80$ و منها $2s = -100$ و منها $s = -50$ مقبولة

تمارين ومسائل (٧-٣)

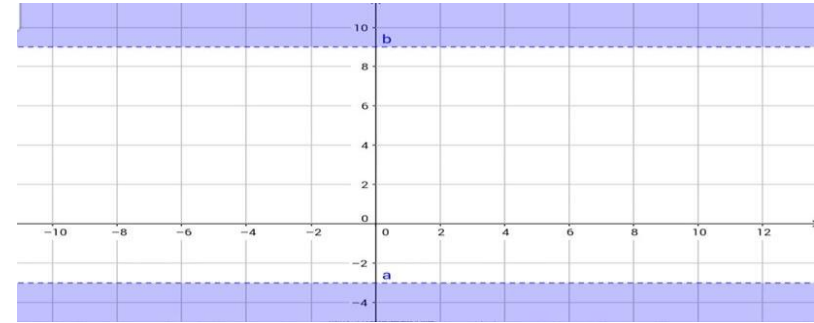
$$(١) \quad |3s + 12| \geq 9 \Leftrightarrow -9 \leq 3s + 12 \leq 9 \Leftrightarrow -21 \leq 3s \leq -3 \Leftrightarrow -7 \leq s \leq -1$$

$$\Leftrightarrow -7 \leq s \leq -1$$



$$(٢) \quad |3 - v| < 6 \Leftrightarrow -6 < 3 - v < 6 \quad \text{أو} \quad 3 - v > 6$$

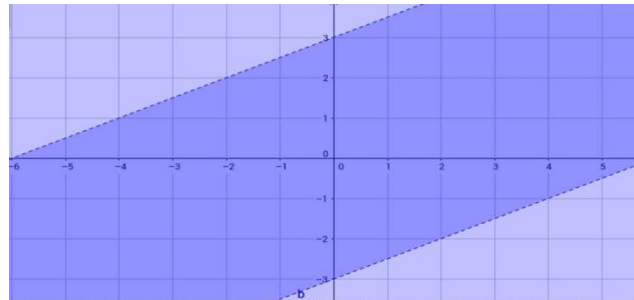
أما $3 - v > 6$ أو $v < -3$



$$(3) \quad |2s - 2| > 6$$

$$-6 < 2s - 2 < 6$$

$$\text{ومنها} \quad -4 < s < 4$$



(4) المستقيم الاول يمر بالنقطتين $(0, 4)$ ، $(-8, 0)$

$$\text{معادلة الاول : } 4 - s = 0 \Leftrightarrow (s - 4) \frac{1}{4} = 0$$

$$\text{معادلة الثاني : } 4 + s = 0 \text{ ومنها } s = -4$$

بعد النقطة عن المستقيم $s^2 - s - 8 = 0$

$$f = \frac{16}{5} = \frac{|-8 + 0 + 8|}{\sqrt{1 + 4}}$$

الوحدة الثانية تمارين عامة

(١)

السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الجواب	ج	ب	أ	د	ب	أ	ب	ج	أ	د

$$(٢) \text{ ق (س) = أس}^٢ + \text{ب س} + \text{ج}$$

$$\text{ق (١) = أ + ب + ج} = ١ \dots\dots\dots (١)$$

$$\text{ق (-١) = أ - ب + ج} = -٥ \dots\dots\dots (٢)$$

$$\text{ق (٢) = أ}^٢ + ٢\text{ب} + \text{ج} = ١٠ \dots\dots\dots (٣)$$

ب طرح المعادلة الثانية من الاولى ينتج: $٢\text{ب} = ٦$ ومنها $\text{ب} = ٣$

ب جمع المعادلة الاولى مع الثانية ينتج $٢\text{أ} + ٢\text{ج} = ٤$ و منها $\text{أ} + \text{ج} = ٢$

و بطرح الاولى من الثالثة ينتج $٣\text{أ} + \text{ب} = ٩$ و منها $\text{أ} = ٢$

$$\text{ج} = ٢ - ٢ = ٠$$

$$ق(س) = ٢س + ٣س - ٤$$

$$(٣) \quad ٥ \geq |١ + س| + |٣س|$$

$$\xleftarrow{\begin{array}{ccc} ١-س-٤ & ١+س & ١+س-٤ \\ & - & . \end{array}} \rightarrow \text{بعد اعادة التعريف ينتج}$$

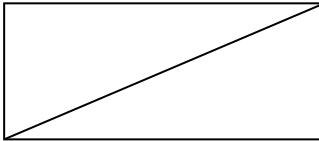
$$\text{اولا: } س \leq ٠ : ٤س + ١ \geq ٥ \text{ ومنها } س \geq ١ \text{ ومنها } س \in [٠, ١]$$

$$\text{ثانيا: } ٠ \leq س \leq ١ : ٢س - ٥ + ١ \geq ٥ \text{ ومنها } س \leq ٢ \text{ ومنها } س \in [١, ٠]$$

$$\text{ثالثا: } س \geq ١ : -٤س - ٥ + ١ \geq ٥ \text{ ومنها } س \leq -١,٥ \text{ ومنها } س \in [-١, ٠]$$

$$\text{اذن مجموعة الحل هي: } س \in [-١, ١]$$

$$(٤) \quad ١ + س$$



س

$$٥ \sqrt{٥} = ٢س + (١ + س)$$

$$٠ = ٤ - ٢س + ٢س$$

$$س + ٢س - ٢ = ٠ \text{ ومنها } (س + ٢)(١ - س) = ٠ \text{ ومنها}$$

$$\text{اما } س = ٢ - \text{ و تهمل } او س = ١$$

العرض = ١م و الطول = ٢م

المساحة = ٢م^٢ و منها التكلفة تساوي ٥٠ × ٢ = ١٠٠ دينار

$$(٥) \text{ س}^٢ + \text{ص}^٢ = ٢٥$$

$$\text{س}^٣ - ٢\text{ص}^٢ = ٣٠$$

بضرب المعادلة الاولى في ٢ وجمعها مع المعادلة الثانية ينتج

$$\text{س}^٥ = ٨٠ \text{ و منها س}^٢ = ١٦ \text{ و منها س} = ٤ \text{ تهمل السالبة}$$

بالتعويض في احد المعادلتين ينتج ص = ٣ تهمل السالبة

$$(٦) \text{ (} \text{س}^٢ \text{)} = \frac{1}{٨} \times \text{س}^٢ - \frac{1}{٤} \times \text{س}^٢ + \frac{1}{٣٢} = ٠$$

$$\text{بفرض ص} = \text{س}^٢ \text{ تصبح المعادلة } \text{ص}^٢ - \frac{1}{٨}\text{ص} - \frac{1}{٣٢} = ٠$$

$$\text{ص}^٢ - ١٢\text{ص} + ١ = ٠ \text{ و منها } (\text{ص} - ٨)(\text{ص} - ١) = ٠$$

$$\text{ومنها اما ص} = \frac{1}{٨} \text{ او ص} = \frac{1}{٤}$$

$$\text{ومنها } \text{س}^٢ = \text{س}^٢ \text{ أي ان س} = ٢ \text{ او } \text{س}^٢ = \text{س}^٢ \text{ أي ان س} = ٣$$

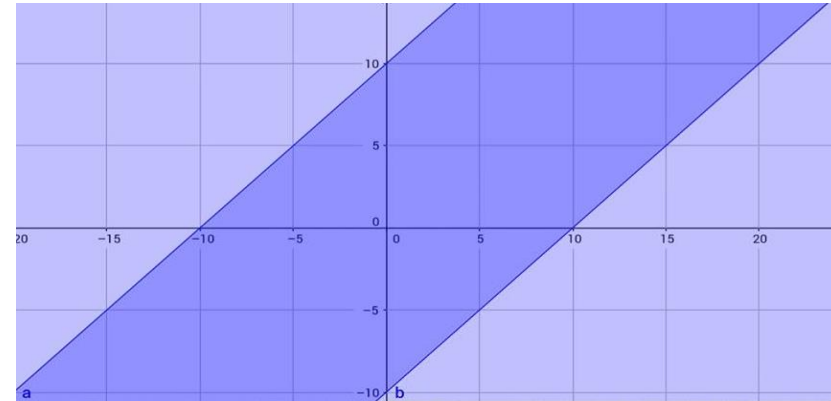
$$(٧) \text{ لو}^٢ (\text{س} - ٢)(\text{س} - ٨) = ٣ \text{ و منها } (\text{س} - ٢)(\text{س} - ٨) = ٢٧$$

$$\text{س}^٢ - ١٠\text{س} + ١١ = ٠ \text{ و منها } (\text{س} - ١١)(\text{س} + ١) = ٠$$

اما $s = 11$ او $s = -1$ مرفوضة

$$(8) |s - v| \geq 10, \quad s < 0, \quad v < 0$$

$$-10 \leq s - v \leq 10 \text{ ومنها } -10 \leq s - v \text{ و } s - v \leq 10$$



$$(9) \frac{1}{4} = p \text{ وهو احتمال الاجابة الصحيحة}$$

$$n = 10, \quad \frac{3}{4} = 1 - p$$

$$P(X = 10) = \binom{10}{1} \left(\frac{1}{4}\right)^1 \left(\frac{3}{4}\right)^9 = 10 \cdot \left(\frac{1}{4}\right) \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^9$$

الوحدة الرابعة

الاحتمالات والاحصاء

إجابة تمارين (٤ - ١) المتغير العشوائي المنفصل :

إجابة السؤال الأول :

السؤال	١	٢
رمز الاجابة الصحيحة	ج	أ

إجابة السؤال الثاني :

$$(١) \text{ المدى } = \{١, ٢, ٣, ٤, ٥, ٦\}$$

$$(٢) \text{ المدى } = \{٠, ١, ٢, ٣, ٤, ٥\}$$

$$(٣) \text{ المدى } = \{٢, ٣, ٤, ٥, ٦, ٧, ٨, ٩, ١٠\}$$

$$(٤) \text{ المدى } = \{٠, ١, ٢, ٣, ٤, ٥, ٦, ٧, ٨, ٩, ١٠\}$$

إجابة تمارين (٤ - ٢) التوزيع الاحتمالي :

إجابة السؤال الأول :

السؤال	١	٢	٣
رمز الاجابة الصحيحة	أ	د	ب

إجابة السؤال الثاني :

$$\tilde{A} \text{ قيم المتغير العشوائي } = \{٠, ١, ٢, ٣\}$$

بـ جدول التوزيع الاحتمالي :

س	٠	١	٢	٣
---	---	---	---	---

ل(س)	$\frac{1}{27}$	$\frac{6}{27}$	$\frac{12}{27}$	$\frac{8}{27}$
------	----------------	----------------	-----------------	----------------

إجابة السؤال الثالث :

جدول التوزيع الاحتمالي :

س	٠	١	٢	٣
ل(س)	$\frac{5}{8}$	$\frac{15}{56}$	$\frac{30}{336}$	$\frac{6}{336}$

إجابة تمارين (٤ - ٣) التوقع :

إجابة السؤال الأول :

التوزيع الاحتمالي :

س	٠	١	٢	٣	٤	٥
ل(س)	$\frac{6}{36}$	$\frac{10}{36}$	$\frac{8}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{2}{36}$

$$ت(٧) = \frac{35}{18}$$

إجابة السؤال الثاني :

$$ل(س = ٤) = ٠,٥$$

إجابة السؤال الثالث :

$$قيمة ١ = \frac{12}{25}$$

$$توقع مجموع الاجازات خلال ٥٠ يوم عمل = ٤٦ يوم . (ت(٧٥٠) = ٥٠ \times \frac{23}{25} = ٤٦)$$

إجابة تمارين (٤ - ٤) التوزيع ذو الحدين :

إجابة السؤال الأول :

السؤال	١	٢	٣
رمز الاجابة الصحيحة	ج	ب	د

إجابة السؤال الثاني :

$$\checkmark \text{ ل } (0) = \checkmark \left(\frac{2}{3}\right) = \checkmark \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{3}\right) \binom{6}{0} = (0)$$

$$\circ \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{3}\right) \binom{6}{1} = (1) \text{ ل}$$

$$\text{ل } (1 \leq r) = (1) - 1 = (0) \text{ ل } - 1 = \checkmark \left(\frac{2}{3}\right) - 1 = (0)$$

$$\checkmark \text{ ت } (2) = 2$$

إجابة السؤال الثالث :

$$\frac{2}{3} = (1-1) , \quad \frac{1}{3} = \frac{2}{6} = 1 , \quad 6 = n$$

$$\checkmark \text{ ل } (\text{عدد يقبل القسمة على 3 في 3 رميات فقط}) = \checkmark \left(\frac{2}{3}\right) \checkmark \left(\frac{1}{3}\right) \binom{6}{3} =$$

$$\checkmark \text{ ل } (\text{عدد يقبل القسمة على 3 في 5 رميات على الأقل}) = (0) \text{ ل } - 1 = (5 \leq r) = (0) \text{ ل } + (5) \text{ ل } = (6)$$

$$\checkmark \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{3}\right) \binom{6}{6} + \checkmark \left(\frac{2}{3}\right) \cdot \left(\frac{1}{3}\right) \binom{6}{5} =$$

إجابة السؤال الرابع :

$$\frac{1}{4} = (ع) \text{ ل (احتمال اللون الأبيض) } , \frac{3}{4} = (ب) \text{ ل (احتمال اللون الأحمر) } \\ \text{أ} \text{ احتمال أن تكون بذرتين فقط ذات لون أبيض ل (س = ٢) } = \left(\frac{1}{4}\right)^2 \left(\frac{3}{4}\right) \binom{8}{2}$$

$$\text{ب} \text{ توقع عدد الكرات الحمراء} = 8 \times \frac{1}{4} = 2$$

إجابة السؤال الخامس :

$$\text{ل (أصفر)} = \frac{2}{3} , \text{ ل (أحمر)} = \frac{1}{3}$$

$$\text{ل (} r \leq 1 \text{)} = \frac{211}{243} \leftarrow \text{ل (} r = 0 \text{)} = \frac{211}{243} - 1 \leftarrow$$

$$\text{ل (} r = 0 \text{)} = \binom{2}{0} \left(\frac{1}{3}\right)^0 \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{27} = \binom{2}{2} \left(\frac{2}{3}\right)^2 \left(\frac{1}{3}\right)^0 \leftarrow \text{ن = ٥ بذرات}$$

إجابة تمارين (٤ - ٥) العلامة المعيارية :

إجابة السؤال الأول :

$$\frac{\overline{س} - س}{\sigma} = ع$$

$$ع = \frac{٨ - ١٥}{٨} = \frac{٧ - ٥}{٨} = ٠,٧٥$$

$$ع_{٩١} = \frac{٦٥-٩١}{٨} = \frac{٢٦}{٨} = ٣,٢٥$$

إجابة السؤال الثاني :

$$ع_{٧٢} = \frac{٦٠-٧٢}{٣} = \frac{١٢}{٣} = ٤$$

$$ع_{٧٥} = \frac{٧٠-٧٥}{٢} = \frac{٥}{٢} = ٢,٥$$

$$ع_{٦٩} = \frac{٦٨-٦٩}{٤} = \frac{١}{٤} = ٠,٢٥$$

أداء سارة في الكيمياء أفضل من الفيزياء و أفضل من الأحياء ، وأداء سارة في الفيزياء أفضل من الأحياء

إجابة السؤال الثالث :

مجموع العلامات المعيارية للتوزيع = صفر

$$\therefore ٣ + ٢ل + ١- + ١ + ٥- = صفر \Leftarrow ل = ١$$

إجابة السؤال الرابع :

$$ع_{٧٥} = \frac{٧٠-٧٥}{٥} = \frac{٥}{٥} = ١$$

$$ب) \text{الوسط الحسابي بعد التعديل} = ٢-(٧٠)+٣ = -١٣٧$$

$$\text{الانحراف المعياري بعد التعديل} = ٢(٥) = ١٠$$

$$\text{العلامة ٧٥ بعد التعديل} = ٢-(٧٥)+٣ = -١٤٧$$

$$\text{اذن العلامة المعيارية للقيمة ٧٥ بعد هذا التعديل} = ع = \frac{-١٣٧ + -١٤٧}{١٠} = \frac{-٢٨٤}{١٠} = -٢٨,٤$$

أو مباشرة العلامة المعيارية لا تتأثر بالجمع ولكن تتأثر بالضرب في عدد سالب

اذن العلامة المعيارية للقيمة ٧٥ بعد هذا التعديل =-١

إجابة تمارين (٤ - ٦) التوزيع الطبيعي (المعتدل) :

إجابة السؤال الأول :

$$\text{أ} \quad L(ع \geq ١,٢٥) = ٠,٨٩٤٤ =$$

$$\text{ب} \quad L(ع < ٢,٤٨) = ١ - ٠,٩٩٣٤ = ٠,٠٠٦٦$$

$$\text{ج} \quad L(ع < -١,٤٦) = L(ع > ١,٤٦) = ٠,٩٢٧٩ =$$

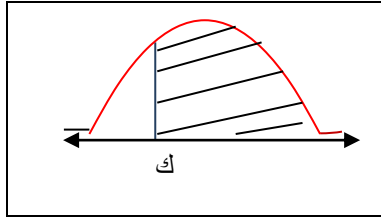
$$\text{د} \quad L(٢,٣٧ - \leq ع \leq ١,٧) = ٠,٩٥٥٤ - ٠,٠٠٨٩ = ٠,٩٤٦٥ =$$

إجابة السؤال الثاني :

أ) ك تقع في الفترة الموجبة

$$L(ع \geq ك) = ٠,٩٩٠٩ \quad \text{نبحث في الجدول عن المساحة } ٠,٩٩٠٩ \quad \text{لنجد } ك = ٢,٣٦$$

أ) ك تقع في الفترة السالبة كما هو موضح بالشكل المقابل



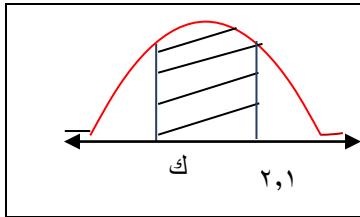
ل (ع < ك) = ٠,٩٤٩٥ ومنها

ل (ع > ك) = ١ - ٠,٩٤٩٥ = ٠,٠٥٠٥

نبحث في الجدول عن العدد ٠,٣٣٧٢ فنجد ك = -١,٦٤

(ج) ك تقع في الفترة السالبة

ل (ع ≥ ك) = ٠,١٩٧٧ نبحث في الجدول عن المساحة ٠,١٩٧٧ لنجد ك = -٠,٨٥



(د) ل (ك ≤ ع ≤ ٢,١) = ٠,٢٩٠٦

ل (ع > ٢,١) - ل (ع > ك) = ٠,٢٩٠٦

ل (ع > ك) = ٠,٩٨٢١ - ٠,٢٩٠٦ = ٠,٦٩١٥

ومنها ك = ٠,٥

إجابة السؤال الثالث :

ل (ع ≥ ك) = ٠,١٧٣٦ ومنها ك = -٠,٩٤

ل (ك ≤ ع ≤ ١,٧) = ل (ع ≥ -٠,٩٤) - ل (ع > ١,٧) = ٠,٩٤ - ٠,٠٥٠٥ = ٠,٨٨٩٥

= ٠,٧٨١٨ = ٠,١٧٣٦ - ٠,٩٥٥٤

إجابة السؤال الرابع :

$$ل(س \geq 50) = ل(ع \geq \frac{60-50}{5}) = ل(ع \geq 2) = 0,228$$

$$ل(50 \leq س \leq 70) = ل(1- \geq ع \geq 3) = ل(3 \geq ع) - ل(3 \geq ع) = ل(1- \geq ع)$$

$$= 0,9987 - 0,1587 = 0,84$$

إجابة السؤال الخامس :

$$ل(س < 78) = 0,228 \text{ ومنها } ل(ع < \frac{\mu - 78}{2}) = 0,228$$

$$ل(ع > \frac{\mu - 78}{2}) = 1 - 0,228 = 0,772$$

ومن الجدول نجد $ع = 2$

$$\frac{\mu - 78}{2} = 2 \text{ ومنها } \mu - 78 = 4 \text{ ومنها } \mu = 82$$

إجابة السؤال السادس :

$$ل(ع \leq 1056) = 0,1056 \text{ ومنها } ل(ع \geq 1056) = 1 - 0,1056 = 0,8944$$

$ك = 25$

$$ل(س \geq 12) = ل(ع \geq \frac{12-1}{2}) = ل(ع \geq 5,5) = 0,9772$$

إجابة تمارين (٤ - ٧) تطبيقات :

إجابة السؤال الأول :

$$\begin{aligned} \text{احتمال أن تقل علامات الطلبة المعيارية عن } -2,15 = L(ع > -2,15) = 0,0158 \\ \text{عدد الطلبة الذين تقل علاماتهم المعيارية عن } -2,15 = \text{الاحتمال} \times \text{العدد الكلي} \\ = 0,0158 \times 1000 = 15,8 = 16 \text{ طالباً} \end{aligned}$$

إجابة السؤال الثاني :

$$\begin{aligned} \text{أ) } L(س < 75) = L(ع < \frac{75-79}{4}) = L(ع < 1,5) = 1 - L(ع > 1,5) \\ = 1 - 0,9332 = 0,0668 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ب) } L(60 < س < 70) = L(2,25 - < ع < 0,25) = L(ع > 0,25) - L(ع > 2,25) \\ = 0,5987 - 0,1226 = 0,4761 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ج) } L(س > 69) = L(ع > 0) = 0,5 \\ \text{ومنها نسبة الطلاب الذين يحصلون على أقل من 69 علامة} = \text{الاحتمال} \times 100\% = 0,5 \times 100\% = 50\% \end{aligned}$$

إجابة السؤال الثالث :

$$\text{أ) } L(س < 220) = L(ع < \frac{220-200}{10}) = L(ع < 2) = 1 - L(ع > 2)$$

$$= -1 = 0,9772 = 0,0228$$

عدد الأسر التي تحصل على دخل شهري أعلى من ٢٢٠ ديناراً $= 0,0228 \times 200 = 5$ أسر .

$$(ب) \quad n(س > ل) = 10\% = 0,1000$$

$$n(ع > ل) = \left(\frac{200 - ل}{10} > 0,1000 \right) \quad , \quad 200 - ل = 1,28 \quad \text{ومنها} \quad ك = 187 \text{ دينار}$$

إجابة السؤال الرابع :

$$n(س \leq ل) = 0,5000 \leftarrow n\left(\frac{\mu - ل}{\sigma} \leq ع\right) = 0,5000$$

$$\leftarrow 1 - n\left(\frac{\mu - ل}{\sigma} > ع\right) = 0,5000 \leftarrow n\left(\frac{\mu - ل}{\sigma} > ع\right) = 0,9500$$

$$\frac{72 - ل}{10} = 1,65 \leftarrow ل = 86,5$$

تمارين عامة :

السؤال الأول :

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤	٥
رمز الإجابة الصحيحة	أ	ب	د	ب	د

السؤال الثاني : (يرجى تعديل السؤال في الكتاب)

إذا كان جدول التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي ق هو :

س	٣	٦	٩	١٢	١٥
ل (س)	أ	ب	٠,٣	ب	أ

$$١٢ + ٢ب + ٠,٣ = ١ \leftarrow ١ = ٠,٣ + ٢ب + ٠,٣٥$$

$$١١٥ + ٢ب + ٢,٧ + ١٣ = (٧) ت$$

$$١١٨ + ٨ب + ٢,٧ = (٧) ت$$

$$٩ = ٢,٧ + ٠,٣٥ \times ١٨ = (٧) ت$$

السؤال الثالث :

$$ل(ص*) = ٢ل(ك*)$$

$$ل(ص*) + ل(ك*) = ١ \text{ ومنها } ل(ص*) = \frac{٢}{٣}, ل(ك*) = \frac{١}{٣}$$

س	٠	١	٢
ل(س)	$\frac{١}{٦}$	$\frac{٣}{٦}$	$\frac{٢}{٦}$

$$٧ = (٧) ت = \frac{١}{٦} \times ٠ + \frac{٣}{٦} \times ١ + \frac{٢}{٦} \times ٢$$

إذا نُكررت التجربة ١٠ مرات ت (١٠,٧) = $10 \times \frac{7}{6} = \frac{70}{6}$

السؤال لرابع :

$$n(س \leq 1) \leq 0,79 \leftarrow n(س \leq 0) - 1 \leftarrow \binom{n}{0} \left(\frac{1}{6}\right)^0 \left(\frac{5}{6}\right)^n - 1 \leq 0,79$$

$$\left(\frac{1}{6}\right)^n \geq 0,21 \leftarrow \text{يتحقق عندما } n \leq 3 .$$

السؤال لخامس :

$$ع = \frac{\mu - 180}{8} = 1,25 \leftarrow 180 = \mu - 10 \leftarrow 170 = \mu$$

الوحدة الرابعة

المتتاليات والمتسلسلات

إجابة تمارين ومسائل (٥ - ١) :

إجابة السؤال الأول :

بوضوح $n = 1, 2, 3, 4, 5$ ينتج أن :

$$(أ) \quad 1, 2, 3, 4, 5 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$$

المتتالية : (١١٦ ، ٧١ ، ٣٦ ، ١١ ، ٤ -)

$$(ب) \quad 1, 2, 3, 4, 5 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$$

المتتالية : (٩- ، ٣ ، ٣- ، ١- ، ٣)

إجابة السؤال الثاني :

$$(أ) \quad \frac{1+n}{n} = 1 + \frac{1}{n} \quad \text{حيث } n \in \mathbb{N}^+$$

$$(ب) \quad 1 + n^3 = 1 + n^3 \quad \text{حيث } n \in \mathbb{N}^+$$

$$(ج) \quad (2-)^{1-n} = 2^{1-n} \quad \text{حيث } n \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

إجابة السؤال الثالث :

$$\therefore (2 \times 3)^{-2} = 2^{-2} \times 3^{-2} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{9} = \frac{1}{36}$$

$$9 = \frac{3}{8} \times 24 = (2 \times 3)^{-2} (2 \times 3)^{-8} = 2^{-10} \times 3^{-10} = \frac{1}{2^{10} \times 3^{10}}$$

$$\therefore (\mathcal{E}_o)^2 = \mathcal{E}_8 \times \mathcal{E}_2$$

إجابة السؤال الرابع :

أ متتالية عدد الشرائح غير المباعة : ٩٢ ، ٨٣ ، ٧٣ ، ٦٢ ، ٥٠ ، ٣٧ ، ٢٣ ، ٨ .

ب اليوم الذي لا يحقق هذا النمط هو اليوم التاسع

إجابة تمارين ومسائل (٥ - ٢) المتسلسلات :

إجابة السؤال الأول :

$$\text{أ } \infty = n, \mathcal{E}_r = \mathcal{E}_{r+3}, \therefore \sum_{r=1}^{\infty} \mathcal{E}_r \text{ هي المتسلسلة هي } \mathcal{E}_{r+3}$$

$$(ب) \quad 98 = n, \mathcal{E}_r = \frac{r+2}{r+3}, \therefore \sum_{r=1}^{98} \frac{r+2}{r+3} \text{ هي المتسلسلة هي } \frac{r+2}{r+3}$$

إجابة السؤال الثاني :

$$\sum_{r=1}^n \frac{1+n^2}{3} = \frac{(1+n^2)(1+n)n}{6} = \frac{(1+n)n}{2} \times \frac{1+n^2}{3} = \sum_{r=1}^n \frac{1+n^2}{3}$$

إجابة السؤال الثالث :

$$أ) \quad \sum_{r=1}^{999} (ل_r - ل_{r+1}) = (ل_1 - ل_2) + (ل_2 - ل_3) + \dots + (ل_{999} - ل_{1000}) = ل_1 - ل_{1000} = 1 - 0 = 1$$

$$3 - = 3 - 0 = (1000 - ل_1) + (ل_1 - ل_2) + \dots + (ل_{999} - ل_{1000}) = 1000 - 1 = 999$$

$$\frac{1}{1} = \frac{1}{1} - 1 = \left(\frac{1}{1} - \cancel{\frac{1}{1}}\right) + \left(\cancel{\frac{1}{1}} - \cancel{\frac{1}{1}}\right) + \left(\cancel{\frac{1}{1}} - 1\right) = \left(\frac{1}{1+r} - \frac{1}{r}\right) \sum_{i=1}^{\infty} \quad \text{ب)}$$

إجابة السؤال الرابع :

$$41 = 5 \times 3 + \frac{4 \times 3}{2} \times 2 + \frac{(1+3 \times 2)(1+3)^3}{6} = (5 + r^2 + r^2) \sum_{i=1}^3 \quad \text{أ)}$$

يمكن التعويض مباشرة

$$1 = \frac{1}{1} = \frac{1}{1} - 1 = \left(\frac{1}{1} - \cancel{\frac{1}{1}}\right) + \left(\cancel{\frac{1}{1}} - \cancel{\frac{1}{1}}\right) + \left(\cancel{\frac{1}{1}} - \cancel{\frac{1}{1}}\right) + \left(\cancel{\frac{1}{1}} - 1\right) = \left(\frac{1}{1+r} - \frac{1}{r}\right) \sum_{i=1}^{\infty} \quad \text{ب)}$$

$$13,5 = \frac{11}{6} = \frac{1+4 \times 2}{6} = \frac{(1+2)^2}{6} = \frac{\frac{(1+2)^2}{6}}{\frac{(1+2)^2}{6}} = \frac{\sum_{i=1}^4}{\sum_{i=1}^4} \quad \text{ج)}$$

$$41,0 = \frac{(1+4 \times 2) \times 1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right) \sum_{i=1}^{\infty} \quad \text{د)}$$

إجابة السؤال الخامس :

$$(أ) \text{ المتسلسلة هي: } (1 + r^2) + \dots + (1 + r^2 \times 3) + (1 + r^2 \times 2) + (1 + r^2 \times 1) = \sum_{i=1}^n (1 + r^2 \times i)$$

(ب) ما قطعه في الدقائق الخمس الأولى

$$م. ١٠٥ = ٣٥ + ٢٦ + ١٩ + ١٤ + ١١ = (١٠ + ٢٥) + (١٠ + ٢٤) + (١٠ + ٢٣) + (١٠ + ٢٢) + (١٠ + ٢١) = (١٠ + ٢٣) \sum_{r=1}^5 =$$

ما قطعه في الدقيقة العاشرة = $(١٠ + ٢١٠) = ١١٠ م.$

أي أن ما قطعه في الثواني الخمس الأولى > ما قطعه في الثانية العاشرة .

إجابة تمارين (٥ - ٣) المتتاليات الحسابية (العددية) :

إجابة السؤال الأول :

$$(١) ٠ \dots ٣٣ - = ٣ + ٢ \Leftarrow ٣٣ - = ٤ \dots (١)$$

$$(٢) ٠ \dots ١٣ - = ٨ + ٢ \Leftarrow ١٣ - = ٩ \dots$$

من (١) ، (٢) بالطرح ينتج أن

٥ د = ٢٠ و منها د = ٤ بالتعويض في المعادلة (١) ينتج أن

$$٤٥ - = أ \Leftarrow ٣٣ - = ١٢ + أ$$

المتتالية : ٤٥ - ، ٤١ - ، ٣٧ - ، ،

$$(ب) \text{ ع } \sim < 0 \Leftarrow 0 < 5(1 - \sim) + 1$$

$$0 < 4 - \sim 4 + 4 5 - \Leftarrow 0 < 4 \times (1 - \sim) + 4 5 - \Leftarrow$$

$$\Leftarrow 4 9 - \sim 4 < 0 \Leftarrow 4 9 < \sim 4 \Leftarrow \sim < 12 \frac{1}{4} \therefore \text{ح } 13 \text{ هو أول حد موجب}$$

إجابة السؤال الثاني :

$$\therefore \text{ح } 2 + \text{ح } 3 = 152 \Leftarrow \text{أ} + \text{د} + \text{أ} + \text{د} = 152$$

$$\Leftarrow 12 + \text{د}^3 = 152 \dots\dots\dots (1)$$

$$\therefore \text{ح } 6 - \text{ح } 8 = 8 \Leftarrow \text{أ} + \text{د} - \text{أ} - \text{د} = 8$$

$$\Leftarrow -2 = \text{د} \therefore 8 = \text{د}$$

بالتعويض في المعادلة رقم (1) ينتج أن :

$$12 - \text{أ} = 152 \Leftarrow 12 + 152 = 164 \Leftarrow \text{أ} = 82$$

المتتالية هي: 82 ، 78 ، 74 ،

إجابة السؤال الثالث :

$$\begin{aligned} \text{أ} \quad 9 - 123 &= 7 - 123 = 7 - (9 + 120) = 7 - 129 = -122 \\ 11 &= 121 = 120 + 1 = 129 - 8 = 121 \\ \text{ب} \quad 123 &= 120 + 3 = 129 - 6 = 123 \end{aligned}$$

$$123 = \xi - \nu \xi + \gamma \quad 123 \Leftarrow = \xi \times (1 - \nu) + \gamma$$

$$3_0 = 2 \Leftarrow 12_0 = 2^4 \Leftarrow$$

إجابة السؤال الرابع :

آ) متتالية كميات في يوماً هي : ٨ ، ٨ ، ٨ ، ٨ ، ٨ ، ٨

بفرض أن عدد الأيام الذي يكون فيه ما تبقى من الرمل ١٢ م^٣ هو (س) يوماً

$$11 = \mathcal{S} \Leftarrow 88 = 112 - 200 = \mathcal{S}8 :: \text{يوماً}$$

(ب) بوضع $8r = 200 \leq r = 25$ يوماً

إجابة السؤال الخامس :

$$530 + 7 = 58 - 524 + 4 \leftarrow \frac{4}{7} = \frac{50+1}{5(2-2)+1}, \frac{4}{7} = \frac{50}{5} \therefore$$

$$(1) \dots \dots \dots \mathfrak{z} = s\xi \mathfrak{z} - s\eta \xi \Leftarrow$$

$$\Leftarrow 3V = s(1 + \nu) + 1 =_{r+\nu} \mathcal{E}$$

$$s + s \sim = 36 \dots (2)$$

بضرب المعادلة رقم (٢) في -٤ وجمعها مع المعادلة (١)

$$\Leftarrow \cancel{4s} - 4 \times 3 = s \times 4 - 3 \dots (1)$$

$$\cancel{4s} - 4 \times 3 = s \times 4 - 3 \dots (2)$$

ينتج أن

$$-4 \times 3 = s \times 4 - 3$$

، بالتعويض في المعادلة (٢) ينتج أن $3 + 3n = 36$ ومنها $33 = 3n$ $\therefore n = 11$. د ، = ٣

للتحقق : ١ ، ٤ ، ٧ ، ١٠ ، ١٣ ، ١٦ ، ١٩ ، ٢٢ ، ٢٥ ، ٢٨ ، ٣١ ، ٣٤ ، ٣٧

إجابة تمارين (٥ - ٤) مجموع المتسلسلة الحسابية :

إجابة السؤال الأول :

$$20 = n , 3 - = 30 - 27 = s , 30 = 10 \dots$$

$$\text{حـ} \quad \frac{1}{2} [5(1-2) + 12] = 20$$

$$= 30 = (3 - 19 + 60) \times 10$$

إجابة السؤال الثاني :

$$\text{جـ} \quad 120 = \frac{1}{4} (12 + 9) = 120$$

$$\Leftarrow 12 + 9 = 21 \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{جـ} \quad \text{التالية} = \frac{1}{4} (2 + 5) = 168$$

$$168 = (2 + 10 + 5) \times 3$$

$$3 \div 168 = 2 + 5 = 7$$

$$12 + 25 = 37 \dots\dots\dots (2)$$

من (1) ، (2) بالطرح ينتج أن

$$16 = 32 \therefore 2 = 3 \text{ ، نعوض في المعادلة (1) } 3 = 3$$

المتتالية هي : 3 ، 5 ، 7 ،

إجابة السؤال الثالث :

أ = ٧ ، ل = ١٢ ، ج = ٥٠

$$0, - = (1, 2 - 7) \frac{2}{2} \Leftarrow (5 + 1) \frac{2}{2} = 2 \cdot 3 \therefore$$

$$\leftarrow 5n = 10 \leftarrow n = 20 \text{ عدد حدود المتتالية } 20 \text{ حداً}$$

$$١٢- = ١١٩ + ٧ \Leftarrow ١٢- = ١١٩ + ١ = ٢.ح$$

$$1_- = 1 \Leftarrow 19_- = 119$$

المتتالية هي : ٧ ، ٦ ، ٥ ، ، -١٢

إجابة السؤال الرابع :

ن = ٢٥ ، الحد الأوسط هو ١٣ح = ٣٨ ، ح = ٢٥ + ٢٤ح + ٢٣ح = ٢١٣

$$(1) \dots \exists \lambda = s_1 \vee + 1 \Leftarrow \exists \lambda = \text{ }_{13} \text{ } \therefore$$

$$\gamma_1 \gamma = s_2 \gamma + 1 + s_2 \gamma + 1 + s_2 \gamma + 1 = \gamma_3 \gamma + \gamma_5 \gamma + \gamma_0 \gamma$$

$$3 \div 213 = 569 + 13 \Leftarrow$$

$$(2), \dots, \gamma_1 = 523 + 1 \Leftarrow$$

من (٢) ، (١) بالطرح ينتج أن :

١١ د = ٣٣ و منها د = ٣ بالتعويض في المعادلة رقم (١) ينتج أن

$$أ + ١٢ = ٣ \times ٣٨ = ٣٨ \Leftarrow أ = ٣٨ - ٣٦ = ٢$$

المتتالية هي : ٢ ، ٥ ، ٨ ،

$$ج: \frac{٩٥٠}{٢} = ٧٦ \times \frac{٢٥}{٢} = [٣ \times ٢٤ + ٢ \times ٢] \frac{٢٥}{٢} = [٥(١ - ٥) + ١٢] \frac{٥}{٢}$$

إجابة السؤال الخامس :

$$\frac{\frac{(١ + \sim ٢) \sim ٢ \times ٤}{٢} + (\sim ٢ \times ٦)}{\frac{(١ + \sim)(\sim) ٢}{٢} + \sim} = \frac{\sum_{١=\sim}^{\sim ٢} (\sim ٤ + ٦)}{\sum_{١=\sim}^{\sim} (\sim ٢ + ١)}$$

$$٨ = \frac{(\sim ٢ + \sim ٢) ٨}{\sim ٢ + \sim ٢} = \frac{\sim ١ ٦ + \sim ٢ ٨}{\sim ٢ + \sim ٢} =$$

حل آخر :

$$\text{البسط} = \sum_{١=\sim}^{\sim ٢} (\sim ٤ + ٦) = ١٠ + ١٤ + ١٨ + ٠٠٠ + (\sim ٨ + ٦) \text{ مجموع متتالية حسابية}$$

فيها أ = ١٠ ، د = ٤ ، عدد حدودها ٢ ن $\Leftarrow$ البسط =

$$(١) \leftarrow (n+2)n8 = (n8+16)n = (n8+6+10) \frac{n8}{8} = (n+1) \frac{n8}{8}$$

$$= (n8+1) + \dots + 7 + 6 + 5 + 4 = (n8+1) \sum_{i=1}^n = \text{المقام}$$

$$(٢) \leftarrow (n+2)n = (n8+4) \frac{n}{4} = (n8+1+3) \frac{n}{4} = (n+1) \frac{n}{4}$$

من (١) ، (٢) ينتج أن المقدار

$$8 = \frac{(\cancel{n+2}) \cancel{n} 8}{(\cancel{n+2}) \cancel{n}} = \frac{(n4+6) \sum_{i=1}^n}{(n8+1) \sum_{i=1}^n}$$

إجابة تمارين (٥ - ٥) المتتالية الهندسية :

إجابة السؤال الأول :

$$2187 = 3^7 \quad (3-1) \times 3 = 7 \quad 8 \times 1 = 7 \quad 8 \quad 3-1 = \frac{9-1}{3} = 8 \quad 3 = 1 \dots$$

إجابة السؤال الثاني :

$$(١) \dots 12 = (n+1)1 \Leftarrow 12 = n1 + 1 \Leftarrow 12 = 8 + 1 \dots$$

$$\therefore \text{ع}_3 + \text{ع}_4 = 108 \Leftarrow \text{ع}_2 + \text{ع}_3 = 12 \Leftarrow \text{ع}_1 + \text{ع}_2 = (r+1)^2 \Leftarrow 108 = (r+1)^2 \cdot 0.001 \quad (2)$$

$$\text{بقسمة (2) على (1) ينتج أن} \Leftarrow \frac{\cancel{(r+1)^2} r}{\cancel{(r+1)} /} = \frac{108}{12} \Leftarrow r = \pm 3$$

$$\underline{\text{أولاً:}} \text{عندما } r = 3 \Leftarrow \text{أ} + \text{أ}^3 = 12 \Leftarrow \text{أ}^4 = 12 \Leftarrow \text{أ} = 1 \Leftarrow 3 = 1$$

المتتالية هي : 3 ، 9 ، 27 ،

$$\underline{\text{ثانياً:}} \text{عندما } r = -3 \Leftarrow \text{أ} - \text{أ}^3 = 12 \Leftarrow \text{أ}^2 - 12 = 1 \Leftarrow \text{أ} = -1 \Leftarrow -6 = 1$$

المتتالية هي : -6 ، 18 ، -54 ،

إجابة السؤال الثالث :

بفرض ان هذه الأعداد هي : أ ، أر ، أر²

$$\therefore \text{أ} + \text{أر} + \text{أر}^2 = 35 \Leftarrow \text{أ} (1 + r + r^2) = 35 \dots\dots\dots (1)$$

∴ أ ، أر + ٦ ، أر + ٧ في توال حسابي

$$\therefore ١٢ + ٢ر = ٧ + ٢ر + ٥ \Leftarrow \frac{٧ + ٢ر + ٥}{٢} = ٦ + ر$$

$$\Leftarrow ٢ر - ٢ + ٢ر + ٥ = ٥ \Leftarrow ٢(٢ - ٢ر + ٥) = ٥(٢)$$

من (٢) ، (١) بالقسمة ينتج ————— ج ان :

$$\frac{(١ + ٢ر + ٥) \times ١}{(١ + ٢ر + ٥)} = \frac{(١ + ٢ر - ٢) \times ٧}{(١ + ٢ر + ٥)} \Leftarrow \frac{١}{٧} = \frac{(١ + ٢ر - ٢)}{(١ + ٢ر + ٥)} \Leftarrow \frac{١}{٧} = \frac{(١ + ٢ر - ٢)}{(١ + ٢ر + ٥)}$$

$$٧ - ٢ر + ١٤ = ٧ + ٢ر + ٥ - ٢ر - ١ \Leftarrow ١٠ = ٤ + ٢ر$$

$$(٣ - ٢ر)(٢ - ر) = ٠ \Leftarrow ر = \frac{١}{٢} \text{ ، } ر = ٢$$

بالتعويض في المعادلة رقم (١) ينتج أن : $\frac{١}{٢}$ أولاً عندما ر =

$$٢٠ = ٥ \Leftarrow ٣٥ = ٥ \frac{٧}{٤} \Leftarrow ٣٥ = (٢(\frac{١}{٢}) + \frac{١}{٢} + ١) \times ٥$$

∴ الأعداد هي : ٢٠ ، ١٠ ، ٥

ثانياً: عندما ر = ٢ بالتعويض في المعادلة رقم (١) ينتج أن :

$$أ (١ + ٢ + ٤) = ٣٥ \Leftarrow ١٧ = ٣٥ \Leftarrow أ = ٥$$

∴ الأعداد هي : ٥ ، ١٠ ، ٢٠

إجابة السؤال الرابع :

الموظف الأول

تكون متتالية حسابية فيها $أ = ٥٠٠٠$ ، $د = ٥٠$

راتب الموظف الأول في السنة الخامسة والعشرون هو

$$ح٢٥ = أ + ٢٤د = ٥٠٠٠ + ٢٤ \times ٥٠ = ٦٢٠٠ \text{ دينار .}$$

الموظف الثاني

تكون متتالية هندسية فيها $أ = ٥٠٠٠$ ، $ر = ١,٠٥$

راتب الموظف الثاني في السنة الخامسة والعشرون هو

$$ح_{٢٥} = أ \times ر^{٢٤} = ٥٠٠٠ \times (١,٠٥)^{٢٤} = ١٦١٢٥,٥ \text{ دينار}$$

ثانياً: بفرض ان ($\bar{s}$) هي مقدار العلاوة السنوية التي تجعل راتب الموظف الأول = راتب الموظف الثاني في السنة الخامسة العشرون

$$\Leftarrow ١ + \bar{s} ٢٤ = ١٦١٢٦,٥ \Leftarrow ٥٠٠٠ + \bar{s} ٢٤ = ١٦١٢٦,٥$$

$$\Leftarrow \bar{s} = ٤٦٣,٦ \text{ دينار}$$

إجابة تمارين (٥ - ٦) المتسلسلة الهندسية المنتهية ومجموعها :

إجابة السؤال الأول :

$$١ = ٢ ، ل = ٦٤ ، ح = ٨٥$$

$$\therefore ج = \frac{٢ - ل}{١ - ر} = ٨٥ \Leftarrow \frac{١ - ح}{١ - ر} = ٨٥$$

$$\Leftarrow ٨٥ - ر ٨٥ = ١ - ح \Leftarrow ١ - ر ٦٤ = ٨٥ - ر ٨٥$$

$$\Leftarrow ٢١ ر = ٨٤ \therefore ر = ٤$$

إجابة السؤال الثاني :

$$ج = ٣٩٠,٥ ، ل = ٣١٢٥ ، ر = ٥ ، أ = ؟ ، ن = ؟$$

$$(١) \therefore ج = \frac{٢ - ل}{١ - ر} \Leftarrow ٣٩٠,٥ = \frac{٢ - ٥ \times ٣١٢٥}{١ - ٥} \Leftarrow ١٥٦٢٠ = ٢ - ١٥٦٢٥ \Leftarrow ١٥٦٢٠ = ٢$$

$$\Leftarrow \circ = \circ \Leftarrow \circ = 3125 \Leftarrow^{1-\nu} \circ \times \circ = 3125 \Leftarrow^{1-\nu} \circ = \circ \therefore (2)$$

$$0 = \infty$$

إجابة السؤال الثالث :

$$\therefore \sum_{i=s}^1 3^{i-s} = 3 + 3^{-1} + 3^{-2} + \dots + 3^{-s} \text{ متسلسلة هندسية فيها :}$$

$$١٠ = ن, ٣ = ر, ٧-٣ = أ$$

$$13,5 \approx \frac{09.48 \times^{Y-3}}{2} = \frac{(1-0.3)^{Y-3}}{2} = \frac{(1-0.7)^8}{1-0.7} = 2.7 \therefore$$

إجابة السؤال الرابع :

$$(1) \dots 1 = (r + 1) s \Leftarrow 0 = \frac{r s + s}{r} \therefore$$

$$(2) \dots \xi = {}^2\mathcal{P} \Leftarrow \xi = \sqrt{{}^3\mathcal{P} \times \mathcal{P}} \vdots$$

من (١) ، (٢) بالقسمة ينتج أن

$$\frac{0}{2} = \frac{2s+1}{s} \Leftarrow \frac{0}{2} = \frac{(2s+1)}{s}$$

$$\Leftarrow 2r^2 = 2 + r^5 - r^2 \Leftarrow 2r^2 = 2 + r^5 - r^2 \Leftarrow 0 = (2-r)(1-r^2) \Leftarrow 0 = (2-r)(1-r)(1+r) \Leftarrow 0 = (2-r)(1-r) \text{ ومنها } r = \frac{1}{2} \text{ ، } \underline{\underline{2}}$$

أولاً: عندما $r = \frac{1}{2}$ بالتعويض في المعادلة رقم (٢) ينتج أن $u = 16$

المتتالية هي : ١٦ ، ٨ ، ٤ ،

$$ج. ١٠.٢٣ = \frac{(1 - (\frac{1}{2})^4)16}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{(1 - (\frac{1}{2})^4)16}{1 - \frac{1}{2}} = 10.23$$

ثانياً: $r = 2$ بالتعويض في المعادلة رقم (٢) ينتج أن $u = 1$

$$المتتالية هي : ١ ، ٢ ، ٤ ، ج. ١٠.٢٣ = \frac{(1 - (2)^4)1}{1 - 2} = \frac{(1 - (2)^4)1}{1 - 2} = 10.23$$

إجابة السؤال الخامس :

أ. متتالية ارتفاعات الكرة بعد الصدمات ٦ ، $\frac{9}{2}$ ، $\frac{27}{8}$ ، ... تكون متسلسلة هندسية فيه $u = 6$ ، $r = \frac{3}{4}$

ارتفاع الكرة بعد الصدمة السادسة ع_٦ = $r = ٦ \left(\frac{٣}{٤} \right)^٥ = \frac{٧٢٩}{٥١٢}$.

متتالية الارتفاعات : ٨ ، ٦ ، $\frac{٩}{٢}$ ، $\frac{٢٧}{٨}$ ، $\frac{٨١}{٣٢}$ ،

$$\text{بآ ج.} = \frac{\left(1 - \left(\frac{٣}{٤} \right)^٨ \right)}{1 - \frac{٣}{٤}} = \frac{٧٨١}{٣٢} \text{ ومنها } \left(\frac{٣}{٤} \right)^٥ = \left(\frac{٣}{٤} \right)^٥ \text{ ن } = ٥ \text{ وهي بعد الصدمة الرابعة .}$$

إجابة السؤال السادس :

متسلسلة التآرجح هي : ٨,١ ، ٢,٧ ، ٠,٩ ، ٠,٣ ، متسلسلة هندسية ١=٨,١ ، $r = \frac{١}{٣}$

$$\text{ج.} = \frac{\left(1 - \left(\frac{١}{٣} \right)^٨ \right)}{1 - \frac{١}{٣}} = ١٢.١ \text{ سم .}$$

تمارين عامة :

السؤال الأول :

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
رمز الاجابة الصحيحة	ب	ب	ج	أ	ب	أ	د	ب	ج	ج

السؤال الثاني :

$$١ = ٣ ، ١٥٣٦ = ل ، ح = ٣٠٦٩$$

$$\therefore ج = \frac{١-ل}{١-ر} = ٣٠٦٩ \Leftarrow \frac{٣-١٥٣٦}{١-ر} = ٣٠٦٩ \Leftarrow ٣٠٦٩ - ر٣٠٦٩ = ٣ - ر١٥٣٦$$

$$\Leftarrow ٣٠٦٩ - ر٣٠٦٩ = ٣ - ر١٥٣٦ \Leftarrow ١٥٣٣ = ر٣٠٦٦ \therefore ر = ٢$$

السؤال الثالث :

$$أ = ٢ ، ر = ٢ ، ح = ٣٢ ، ن = ٨$$

$$ج = \frac{(١-٢)٣٢}{١-٢} = \frac{(١-٢)٣٢}{١-٢} = ٨١٦٠$$

السؤال الرابع :

ب وسط حسابي بين أ ، ج .: أ ، ب ، ج في توال حسابي

$$ج = أ + د ، د = ب + أ$$

$$ج = \frac{٥٤}{٥} = \frac{٥٥+١٣}{٥} + \frac{٥+١٣}{٥-١} = \frac{٥٤+١٢+٥+١}{١-٥+١} + \frac{١٢+٥+١}{٥٢-١-٥+١} = \frac{١٢+٥}{١-٥} + \frac{١٢+٥}{٥-١}$$

السؤال الخامس :

الحدود فردية الرتبة (٣ ، ٧ ، ١١ ، ، ٥١) ١٣ حداً

الحدود زوجية الرتبة (١١ ، ٢١ ، ٣١ ، ، ١٢١) ١٢ حداً

ج-٢ = (ج-١ للحدود الفردية الرتبة) + (ج-٢ للحدود الزوجية الرتبة)

$$١١٤٣ = (١٢١+١١) \frac{١٢}{٢} + (٥١+٣) \frac{١٣}{٢} =$$

السؤال السادس :

$$\therefore ٠ و -٤ و ٢ = ٨ \Leftrightarrow ٢ - ٤ = ٢ = ٨$$

$$\Leftrightarrow ٢ = (١ - ٢) = ٨ \quad (١) \quad ٠ \quad ٠ \quad ٠ \quad ٠ \quad ٠$$

$$\therefore ٠ و ٣ = ٢ \Leftrightarrow ٣ = ٥ \quad (٢) \quad ٠ \quad ٠ \quad ٠ \quad ٠ \quad ٠$$

بقسمة (١) على (٢) ينتج أن $\frac{٣}{٢} = \frac{(١-٢)}{٢} \Leftrightarrow \frac{٣}{٢} = \frac{(١-٢)}{٢} = \frac{٢}{٢}$

$$\Leftrightarrow ٢ = ٢ - ٢ = ٠$$

$$(٢ - ٢) = ٠ = (١ + ٢) \quad \underline{\underline{ر = ٢}} \quad \underline{\underline{أ = ٢}}$$

أولاً : عندما $ر = ٢$ بالتعويض في المعادلة (١) ينتج أن $٨ = ٥٦$

$$\Leftrightarrow ٧ = ١١٢ \quad \therefore \text{الأوساط هي : } ١٤ ، ٢٨ ، ٥٦ ، ١١٢$$

ثانياً : عندما $ر = - \frac{١}{٢}$ بالتعويض في المعادلة (١) ينتج أن

$$٤٤٨- = ٥٦ \times ٨- = ١ \Leftarrow ٥٦ = ٣ \left(\frac{١}{٢} - \right) ١$$

↔ الأوساط هي : ٢٢٤ ، -١١٢ ، ٥٦ ، -٢٨

السؤال السابع :

∴ ج ٦ الأولى = ٩ ج ٣ الأولى

$$(١-٣ ر)٩ = (١-٦ ر) \Leftarrow \frac{(١-٣ ر) \times \cancel{١}}{\cancel{١-٣ ر}} \times ٩ = \frac{(١-٦ ر) \times \cancel{١}}{\cancel{١-٦ ر}}$$

$$٢ = ر \Leftarrow ٨ = ٣ ر \Leftarrow \cancel{(١-٣ ر)} ٩ = (١+٣ ر) \cancel{(١-٣ ر)} \Leftarrow$$

$$\frac{١}{٨} = ١ \Leftarrow ٦٤ = ٩ \times ٢ = ١٠٠ \text{ ع. ∴}$$

المتتالية هي : $\frac{١}{٨} ، \frac{١}{٤} ، \frac{١}{٢} ، \dots$

السؤال الثامن :

المتبقي : ٥٠ ، ٤٠ ، ٣٢ ، متتالية هندسية $١ = ٥٠$ ، $ر = \frac{٤}{٥}$

$$١٦.٣٤٨ = (٠.٨)٥٠ = ١ = ١٠٠ \text{ ع.}$$

الوحدة السادسة

القطوع المخروطية

إجابة تمارين ومسائل (٦ - ١) القطع المكافئ :

إجابة السؤال الأول :

أ) ص^٢ = -٤س هذا قطع مكافئ مفتوح لليسر ، فيه -٤أ = -٤ ، أ = ١ ، احداثيات الرأس (٠ ، ٠) ،
محور التماثل ص = ٠ (محور السينات) .

ب) س^٢ = -٨ص هذا قطع مكافئ مفتوح للأسفل ، فيه -٤أ = -٨ ، أ = ٢ احداثيات الرأس (٠ ، ٠) ،
معادلة محور التماثل س = ٠ (محور الصادات)

إجابة السؤال الثاني :

القطع يمر بالنقطة (٦ ، ٣-) ومحور تماثله محور السينات ← مفتوح جهة اليسار

معادلته ص^٢ = -٤أس ، يمر منحناه بالنقطة (٦ ، ٣-))

اذن : ٣٦ = ١٢ أ ، ومنها أ = ٣ المعادلة ص^٢ = -٢س

إجابة السؤال الثالث :

معادلة هذا القطع المكافئ هي ص^٢ = -٤أس ، احداثيات البؤرة (٠ ، أ)

$$ف^2 = (س_1 - ٢)(١٠٠ - ٦) + (س_1 - ٢)(٢ - ٦) ، إذن (س_1 - ٢) = ٦٤ ،$$

$$(س_1 - ٢) = ٨ \pm$$

$$س_1 = ٨ \pm ٢$$

$$لكن (٦) = ٢ = ٢ = ٤ س_1$$

$$اما ٣٦ = ٤(٨ + ٢) ومنها ٢ = ٢ + ٨ - ٩ = ٠ ، (٩ + ٢)(١ - ٢) = ٠$$

$$٩ - = ٢ (قيمة مرفوضة) ، ١ = ٢ (مقبولة) ، إذن: ص = ٢ = ٤ س$$

$$أو ٣٦ = ٤(٨ - ٢) ومنها ٢ = ٢ - ٨ - ٩ = ٠ ، (٩ - ٢)(١ + ٢) = ٠$$

$$١ - = ٢ (قيمة مرفوضة) ، ٩ = ٢ (مقبولة) ، إذن: ص = ٢ = ٣٦ س$$

إجابة السؤال الرابع :

منحنى القطع المكافئ يمر بالنقطة (٢ ، ٨) وهي في الربع الأول وهناك احتمالان

مفتوح لأعلى ، مفتوح جهة اليمين

أولاً : مفتوح لأعلى

$$س^2 = ١٤ س \leftarrow ٤ = ٣٢ \leftarrow ١ = \frac{١}{٨} \leftarrow \text{معادلة القطع المكافئ هي : } س^2 = \frac{١}{٢} ص$$

ثانياً : مفتوح جهة اليمين

$$ص^2 = ١٤س \leftarrow ١٨ = ٦٤ \leftarrow ٨ = ١ \leftarrow \text{معادلة القطع المكافئ هي : } ص^2 = ٣٢س$$

إجابة السؤال الخامس:

$$س = \frac{٤}{١ + (ه٢)^2} = \frac{٤}{١ + (ه٢)^2} \text{ (١)}$$

$$ص = ١ - ٢جا^2 ه = جتا(ه٢) \text{ بالتربيع } \leftarrow ص^2 = جتا^2(ه٢) \text{ (٢) من (١) ، (٢) ينتج أن}$$

$$س = ٤ص^2 \leftarrow ص^2 = \frac{١}{٤}س$$

إجابة تمارين ومسائل (٦ - ٢) القطع الناقص :

إجابة السؤال الأول :

رقم الفقرة	١	٢	٣
رمز الإجابة الصحيحة	ج	أ	ب

إجابة السؤال الثاني :

$$\text{نكتب القطع على الصورة القياسية: } \frac{س^2}{\frac{١}{٩}} + \frac{ص^2}{\frac{١}{٤}} = ١ \text{ ، اذن هذا قطع ناقص سيني، فيه}$$

$$\frac{١}{٢} = ١ \text{ ، } \frac{١}{٣} = ب \text{ ، } \frac{١}{٦} = ج$$

احداثيات الراسين $\left(0, \frac{1}{4} \pm\right)$ ، احداثيات البؤرتين $\left(0, \frac{5}{4} \pm\right)$

طول المحور الاكبر = ٢ أ = ١ ، طول المحور الاصغر = ٢ ب = $\frac{2}{3}$

معادلة المحور الأكبر (محور السينات) ← ص = صفر

معادلة المحور الأصغر (محور الصادات) ← س = صفر

إجابة السؤال الثالث :

البعد بين الرأس القريب والبؤرة = أ - ج = ٢

البعد بين الرأس البعيد والبؤرة = أ + ج = ٨

بحل هذا النظام ينتج ان أ = ٥ ، ج = ٣ ، ب = ٤

معادلة القطع الناقص الصادي : $1 = \frac{ص^2}{٢٥} + \frac{س^2}{١٦}$

إجابة السؤال الرابع :

المحل الهندسي هو قطع ناقص سيني ، فيه ١٢ = ١٢ ومنها أ = ٦ ، البؤرتان $(0, 5 \pm)$ ، ومنها ج = ٥

، اذن $\sqrt{12} = \text{ب}$

$$\text{معادلة هذا القطع هي : } 1 = \frac{\text{ص}^2}{11} + \frac{\text{س}^2}{36}$$

إجابة السؤال الخامس:

المحور الأكبر أفقي ← قطع ناقص سيني

$$12 = \text{ب}^2 \leftarrow 144 = \text{ب}^2$$

أعلى نقطة تبعد 6 م ← $\text{ب} = 6$ ، $\text{ب}^2 = 36$

$$\text{معادلة القطع الناقص السيني : } 1 = \frac{\text{ص}^2}{36} + \frac{\text{س}^2}{144}$$

$$\text{عندما س} = 4 \leftarrow 1 = \frac{\text{ص}^2}{36} + \frac{4^2}{144} \leftarrow \text{ص}^2 = 32 \leftarrow \text{ص} = \sqrt{32} = \sqrt{4 \cdot 8} = 2\sqrt{2} \text{ متر .}$$

إجابة تمارين (٦ - ٣) القطع الزائد :

إجابة السؤال الأول :

أ) $٩س^٢ - ص^٢ = ٣٦$ ومنها $١ = \frac{ص^٢}{٣٦} - \frac{س^٢}{٤}$ وهذا قطع زائد سيني فيه:

أ = ٢ ، ب = ٦ ، ج = $\sqrt{٤}$ ، البؤرتان $(٠ ، \pm \sqrt{٤})$ ،

الرأسان $(٠ ، \pm ٢)$ ، طول المحور القاطع $٢ = ٤$ ، طول المحور المرافق $٢ = ١٢$

الاختلاف المركزي = هـ = $\frac{ج}{أ} = \frac{\sqrt{٤}/٢}{٢} = \frac{١}{٢}$

ب) $٦ص^٢ - ٢س^٢ = ٣$ ومنها $١ = \frac{ص^٢}{\frac{١}{٢}} - \frac{س^٢}{\frac{٣}{٢}}$ وهذا قطع زائد صادي فيه:

أ = $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ ، ب = $\frac{\sqrt{٣}}{\sqrt{٣}} = ١$ ، ج = ٤ ، $٢ = \frac{٣}{٢} + \frac{١}{٢} = ٢$ ، ج = $\sqrt{٢}$ ،

الرأسان $(٠ ، \pm \frac{١}{\sqrt{٣}})$ ، البؤرتان $(\pm \sqrt{٢} ، ٠)$ طول المحور القاطع $\sqrt{٢} = \frac{٢}{\sqrt{٣}}$ وحدة طول ،

طول المحور المرافق $= 2 \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \sqrt{6}$ وحدة طول ، الاختلاف المركزي $h = \frac{c}{a} = 2$

$$(ج) \quad 9s^2 - 6ص^2 = 1 \leftarrow \frac{ص^2}{16} - \frac{س^2}{9} = 1 \quad \text{قطع زائد سيني}$$

الرأسان $\left(0, \pm \frac{1}{3}\right)$ ، البؤرتان $\left(0, \pm \frac{5}{12}\right)$ طول المحور القاطع $= \frac{2}{3}$ وحدة طول ،

طول المحور المرافق $= \frac{1}{4}$ وحدة طول ، الاختلاف المركزي $h = \frac{c}{a} = \frac{5}{4}$

إجابة السؤال الثاني :

الفرق المطلق بين النقطة والبؤرتين يعني $أ٢$ ،

$$١٦س^2 - ٩ص^2 = ١٤٤ = \text{صفر، ومنها} \quad \frac{ص^2}{16} - \frac{س^2}{9} = 1 \quad ، \quad \text{أي ان } أ٣ =$$

إذن الفرق المطلق $= ٦$.

إجابة السؤال الثالث :

بؤرة القطع المكافئ $س^2 = ٢٠$ ص هي (٥ ، ٠) اذن القطع الزائد صادي فيه ج = ٥

$$هـ = \frac{ج}{١} = \frac{٥}{٣} \text{ اذن } \frac{٥}{٣} = \frac{٥}{١} \text{ ومنها } أ = ٣ ، ب = ٤$$

$$\text{معادلة القطع الناقص هي : } ١ = \frac{س^2}{١٦} - \frac{ص^2}{٩}$$

إجابة السؤال الرابع :

$$\text{طول المحور القاطع} = ٢ أ = ٨ \text{ ومنها } أ = ٤ ، هـ = \frac{ج}{١} = \frac{٥}{٤} \leftarrow ج = ٥$$

$$ج^2 = أ^2 + ب^2 \leftarrow ب^2 = ج^2 - أ^2 = ٢٥ - ١٦ = ٩$$

$$\text{معادلة القطع الزائد السيني : } ١ = \frac{س^2}{١٦} - \frac{ص^2}{٩}$$

$$\text{معادلة القطع الزائد الصادي : } ١ = \frac{س^2}{١٦} - \frac{ص^2}{٩}$$

إجابة السؤال الخامس:

$$\frac{س^2}{ل} - \frac{ص^2}{ل-٤} = ١ ، \text{ حيث إن } ٤ < ل < ٠ ، \text{ فإن } ٤ - ل < ٠ \text{ ولذلك قطع زائد سيني}$$

$$أ = ل ، ب^2 = ل - ٤ \leftarrow ج^2 = أ^2 + ب^2 = ل + ل - ٤ = ٢ \text{ ومنها } ج = ٢$$

$$هـ = \frac{ج}{١} = \frac{٣}{٢} = \frac{٢}{١} \text{ ومنها } أ = \frac{٤}{٣} \leftarrow \text{ الفرق المطلق} = ٢ \times ١ = ٢ \times \frac{٤}{٣} = \frac{٨}{٣}$$

تمارين عامة :

السؤال الأول :

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤	٥
رمز الاجابة الصحيحة	ب	د	أ	أ	د

السؤال الثاني :

$$١ = \frac{ص^٢}{١٦-٥} - \frac{س^٢}{٥-٢٥}$$

ج^٢ = ب^٢ + ٩ ومنها ج = ٣ ، البورتان هما : (٠ ، ± ٣)

السؤال الثالث :

هذا قطع زائد صادي معادلته $\frac{ص}{٢١} - \frac{س}{٢} = ١$ يمر منحناه بالنقطتين $(٦، ٤)$ ، $(٣، -١)$

بتعويض النقطة الاولى ينتج : ${}^2\text{أ}{}^6\text{ب} = {}^2\text{أ}{}^1\text{ب} - {}^2\text{أ}{}^3\text{ب}$ (١)

بتعويض النقطة الثانية ينتج : $a^2 - a^2 = a^2$ (٢) بطرح ٢ من

٢٧ب - ١٥أ = . ، أي ان ٢٧ب - ١٥أ = . اذن ٢٧ب = ١٥أ

ب $\frac{5}{9} = 2$ نعوض في ٢ ينتج أن : $25 - 21 = 21 \times \frac{5}{9}$ ومنها $36 = 21$ و $5 = 21$

$$١ = \frac{٢س}{٤} - \frac{٢ص٥}{٣٦} \leftarrow \text{معادلة القطع الزائد} \quad , \quad \frac{٣٦}{٥} = ٢١ \quad , \quad ٤ = ٢ب$$

السؤال الرابع :

س = ٢٧٢ ، ص = ٦٧٢ ومنها ص = ٣٦٧

$$\text{ص}^2 = 36 \times \frac{1}{2} \text{س} \leftarrow \text{ص}^2 = 18 \text{س} \leftarrow \text{س} = \frac{1}{18} \text{ص}^2 .$$

السؤال الخامس :

س ٢ = ١٤ ص من هندسة الشكل (٤ ، ٣ -) تقع على المنحني

ومنها ١ = $\frac{4}{3}$ ← س ٢ = $\frac{16}{3}$ - ص ١٦ = ٣ -

النهايات والاتصال

إجابة السؤال الأول :

$$\text{نهـا} = (س^2 - س) \xrightarrow{+1 \leftarrow س} 3 = (س^2 - س) \xrightarrow{-1 \leftarrow س} 3 = (س^2 - س) \xrightarrow{-1 \leftarrow س} 3$$

إجابة السؤال الثانى :

هنا $\frac{|س^2 - 7س - 12|}{س - 3}$ غير موجودة (وضح ذلك باستخدام الجدول)

إجابة السؤال الثالث:

$$\left. \begin{array}{l} 2 > s \geq 0, 0 - s \\ 4 > s \geq 2, 1 - s \end{array} \right\} (s) \eta = \left[\frac{s}{2} \right] - s = (s) \eta$$

نهافه (س) = ٢⁻ ، نهافه (س) = ١⁺ ولذلك نهافه (س) غير موجودة . (وضح بالرسم)

إجابة السؤال الرابع :

نهـا $\sqrt{s-2}$ $s \leftarrow 3$ $1 =$ (وضح بالرسم)

إجابة السؤال الخامس :

(وضح بالرسم)

نہاجاس = ۱
س ← $\frac{\pi}{۲}$

إجابة تمارين (٧ - ٢) نظريات النهايات :

إجابة السؤال الأول :

$$(i) \quad 1 - \frac{2 \times 1}{1 \times 2} = \frac{\text{نہاس } 1 \leftarrow \text{س} \times \text{نہاؤ } (س)}{\text{نہاؤ } 2 \leftarrow \text{س} (س)} = \frac{\text{نہا } 1 \leftarrow \text{س} \times \text{و } (س)}{\text{ہ } 2 \leftarrow \text{س} (س)}$$

$$\text{ب) نہا (۲ (س) + نہا (س) = نہا (۲ (س) + نہا (س) = ۲ + ۲ = ۴}$$

[illegible]

إجابة السؤال الثاني :

$$\frac{2}{11} = \frac{2^- + 4}{3 + 8} = \frac{s + s^2}{3 + s^2} \quad \text{نہا} \quad (i)$$

$$۲ = \frac{\sqrt{4}}{1-۲} = \frac{\sqrt{۳+۲}}{1-۲} \quad \text{ب) نهـا}$$

$$ج) \quad \underset{1 \leftarrow \varepsilon}{\mathcal{H}} = (\pi^2 ج_2 + \pi ج_1) \underset{1 \leftarrow \varepsilon}{\mathcal{H}} = (\varepsilon \pi^2 ج_2 + \varepsilon \pi ج_1) \underset{1 \leftarrow \varepsilon}{\mathcal{H}}.$$

$$د) \quad \left. \begin{array}{l} \text{نهاية (س)} = |س^2 - ٥س + ٥| \\ \text{نهاية (س)} = ٥ - (س^2 - ٥س + ٥) \\ \text{نهاية (س)} = ٥ - س^2 + ٥س - ٥ \\ \text{نهاية (س)} = -س^2 + ٥س \\ \text{نهاية (س)} = س(٥ - س) \end{array} \right\} \quad \begin{array}{l} \text{نهاية (س)} = ٥ - س^2 + ٥س - ٥ \\ \text{نهاية (س)} = ٥ - س^2 + ٥س - ٥ \\ \text{نهاية (س)} = ٥ - س^2 + ٥س - ٥ \\ \text{نهاية (س)} = ٥ - س^2 + ٥س - ٥ \end{array}$$

$$\text{نهاية (س)} = ٥ - س^2 + ٥س - ٥ \quad \text{نهاية (س)} = ٥ - س^2 + ٥س - ٥ \quad \text{نهاية (س)} = ٥ - س^2 + ٥س - ٥ \quad \text{نهاية (س)} = ٥ - س^2 + ٥س - ٥$$

إجابة السؤال الثالث :

$$\left. \begin{array}{l} \text{نهاية (س)} = ٥ - س^2 + ٥س - ٥ \\ \text{نهاية (س)} = ٥ - س^2 + ٥س - ٥ \\ \text{نهاية (س)} = ٥ - س^2 + ٥س - ٥ \\ \text{نهاية (س)} = ٥ - س^2 + ٥س - ٥ \end{array} \right\} \quad \text{نهاية (س)} = ٥ - س^2 + ٥س - ٥$$

$$\text{نهاية (س)} = ٥ - س^2 + ٥س - ٥$$

$$\text{نهاية (س)} = ٥ - س^2 + ٥س - ٥$$

$$\text{نهاية (س)} = ٥ - س^2 + ٥س - ٥$$

إجابة السؤال الرابع :

$$\text{نهاية (س)} = ٥ - س^2 + ٥س - ٥$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{نهاية (س)} = ٥ - س^2 + ٥س - ٥ \\ \text{نهاية (س)} = ٥ - س^2 + ٥س - ٥ \\ \text{نهاية (س)} = ٥ - س^2 + ٥س - ٥ \\ \text{نهاية (س)} = ٥ - س^2 + ٥س - ٥ \end{array} \right\} \quad \text{نهاية (س)} = ٥ - س^2 + ٥س - ٥$$

$$\text{نهاية (س)} = ٥ - س^2 + ٥س - ٥$$

بـ نها (و (س) + س^٢) = ١٩ (لاحظ النهاية اليمنى = النهاية اليسرى عند نقطة التحول س = -٣)

إجابة السؤال الخامس:

$$أ نها (س + س^٢ - ١٢) = ١٠ ومنها (١٤ - ٦ + ١٢) = ١٠ ومنها ٢ = ١$$

$$بـ نها (و (س) + ٣) = نها (س^٢ + ٣س - ٤) = ٤$$

إجابة السؤال السادس :

النهاية موجودة عند س ← ٢ ولذلك نها^{-٢} (س) = نها⁺ (س)

$$\frac{1}{2} = ١ ومنها ١١٠ + ٤ = ٧ + ١٤$$

إجابة تمارين (٧ - ٣) النهايات والصورة غير المعينة :

إجابة السؤال الأول :

$$أ) نها_{س \rightarrow ٢} \frac{س^٢ + ٢س - ٤}{(س + ٢)(س - ٢)} = نها_{س \rightarrow ٢} \frac{س(س + ٢)}{(س + ٢)(س - ٢)} = نها_{س \rightarrow ٢} \frac{س}{(س - ٢)} = \frac{1}{2}$$

$$ب) نها_{س \rightarrow ٥} \frac{(س - ٥)(٢ - س)}{(س - ٥) - ٣} = ٣$$

$$ج) نها_{س \rightarrow ٣} \frac{س(س - ٣)(٢ - س)}{(س - ٣)} = ٣$$

$$\lambda = {}^\xi(\bar{r}\sqrt{}) \frac{\lambda}{\xi} = \frac{{}^\lambda(\bar{r}\sqrt{}) - {}^\lambda_s}{({}^\xi(\bar{r}\sqrt{}) - {}^\xi_s)} \frac{\lambda}{\bar{r}\sqrt{} \leftarrow s} \quad (د)$$

$$\frac{1}{8} = \frac{1}{\varepsilon - \sqrt{6 + 3\varepsilon}} \times \frac{10 - \varepsilon^2}{10 - \varepsilon^2} \frac{1}{\varepsilon} = \frac{\varepsilon + \sqrt{6 + 3\varepsilon}}{\varepsilon - \sqrt{6 + 3\varepsilon}} \times \frac{\varepsilon - \sqrt{6 + 3\varepsilon}}{10 - \varepsilon^2} \frac{1}{\varepsilon} \quad (5)$$

إجابة السؤال الثاني :

$$\text{نهاية (س)} = \text{نهاية (س)}_{\leftarrow 2} \text{ لأن النهاية موجودة}$$

$$\text{نہا}^{\text{س}^2 + 2 - \text{س}} = \frac{\text{نہا}^{\text{س}^2 + 2 - \text{س}}}{\text{س}^2 + 1 - \text{س}} \dots\dots\dots \text{ومنها } 8 = 1$$

إجابة السؤال الثالث :

أي موجودة وقيمتها معلومة

عندما $s \leftarrow 2$ المقام = صفر ولذلك حتى تكون النهاية موجودة عندما $s \leftarrow 2$ فإن البسط = صفر

١٤-ب-٦=٠ ومنها ١٢-ب=٣ ومنها ١٢-٣=ب

$$5 = \frac{1 \text{ اس } 2 - (3 - 12) \text{ س } 6}{2 \text{ س}}$$

نہا $\frac{(2-s)(3+s)}{(2-s)}$ ۵ = ۳ + ۱۲ = ۵ ومنها ۱ = ۱ ، ب = ۱ - ۱

إجابة تمارين (٧ - ٤) نهايات الافتراضات الدائرية :

إجابة السؤال الأول :

$$(أ) \quad \frac{9}{49} = \left(\frac{\text{جا}^2 \text{س}}{\text{س}} \right) \div \left(\frac{\text{ظا}^2 \text{س}}{\text{س}} \right) = \left(\frac{\text{ظا}^2 \text{س}}{\text{س}} \div \frac{\text{جا}^2 \text{س}}{\text{س}} \right) \text{نها} = \frac{\text{ظا}^2 \text{س}}{\text{جا}^2 \text{س}} \text{نها} \quad \leftarrow$$

$$(ب) \quad \text{نها} \text{س}^2 \text{ظتا}^2 \text{س} = \frac{1}{\pi} = \text{نها} \frac{\text{ظا}^2 \pi \text{س}}{\text{س}} \quad \leftarrow$$

$$(ج) \quad \text{نها} \frac{\text{ظاس} \text{جاهس}}{\text{س}^3} = \text{نها} \frac{\text{ظاس}}{\text{س}} \times \text{نها} \frac{\text{جاهس}}{\text{س}^3} = \frac{0}{3} \times 0 = 0 \quad \leftarrow$$

$$(د) \quad \text{نها} \frac{3 - \text{جاس}}{5 \text{ظتا}^2 \text{س}} = \text{نها} \frac{3 - \text{جاس}}{5} \times \text{نها} \frac{1}{\text{ظتا}^2 \text{س}} = 0 \quad \leftarrow$$

إجابة السؤال الثاني :

$$(أ) \quad \text{نها} \frac{\text{جتاس} - \text{جتا}^2 \text{س}}{1 - \text{جتا}^2 \text{س}} = \text{نها} \frac{\left(\frac{\text{س}}{2} \right)^2 \text{جا}^2 (2 - 1) - \left(\frac{\text{س}^3}{2} \right) \text{جا}^2 (2 - 1)}{(2 - 1) \left(\frac{\text{س}^2}{2} \right) \text{جا}^2 - 1} \quad \leftarrow$$

$$= \text{نها} \frac{2 - \left(\frac{\text{س}}{2} \right)^2 \text{جا}^2 + \frac{\text{س}^3}{2} \text{جا}^2}{\frac{2}{\text{س}^2} \text{جا}^2} = \frac{\frac{9}{4} + \frac{1}{4}}{\frac{49}{4}} = \frac{10}{49} \quad \leftarrow$$

$$(ب) \quad \frac{\text{نها}^{\text{جا}^2 \text{س}}}{\text{س}^{\text{جا}^2 \text{س}} \cdot \text{س}} \times \frac{1}{1 + \text{جا}^2 \text{س}} = \frac{\text{نها}^{1 - \text{جا}^2 \text{س}}}{\text{س}^{\text{جا}^2 \text{س}} \times (1 + \text{جا}^2 \text{س})}$$

$$= \frac{\text{نها}^{\text{جا}^2 \text{س}}}{\text{س}^{\text{جا}^2 \text{س}} \times (1 + \text{جا}^2 \text{س})} = \frac{1}{2} = \frac{1}{1 + \text{جا}^2 \text{س}}$$

إجابة السؤال الثالث :

$$\text{وه (س)} = \frac{\sqrt{\text{جا}^2 \text{س}}}{\text{س}} = \frac{|\text{جا}^2 \text{س}|}{\text{س}}$$

$$\text{نها}^{\text{جا}^2 \text{س}} = 1, \quad \text{نها}^{\text{جا}^2 \text{س}} = 1, \quad \text{نها}^{\text{جا}^2 \text{س}} \neq \text{نها}^{\text{جا}^2 \text{س}} (س) \leftarrow \text{نها}^{\text{جا}^2 \text{س}} (س) \text{ غير موجودة}$$

إجابة السؤال الرابع :

$$\text{نها}^{\text{جا}^2 \text{س}} = \frac{9}{2} = \frac{\text{نها}^{\text{جا}^2 \text{س}}}{\text{س}^{\text{جا}^2 \text{س}}}$$

قيمة البسط عندما س ← ، يساوي صفر ولكي تكون النهاية موجودة قيمة المقام عندما س ← ، تساوي صفر

١- جتا ٠ = ٠ أي ١-١ = ٠ ومنها ١ = ١

$$\frac{9}{2} = \frac{1 - \text{جتا } \frac{2}{2}}{\frac{2}{2}} = \frac{1 - \left(\frac{2 - 1}{2} \right)}{\frac{2}{2}} = \frac{1}{\frac{2}{2}} = \frac{2}{2} \text{ ومنها } \frac{9}{2} = \frac{2}{2} \text{ ومنها } \frac{9}{2} = \frac{2}{2}$$

$$\text{ومنها } 2 \times \frac{2}{4} = \frac{9}{2} \text{ ومنها } 3 \pm = 3$$

إجابة تمارين (٧ - ٥) نهاية الاقتران عند $s \leftarrow \pm \infty$:

إجابة السؤال الأول :

$$١) \text{ نها } (s^2 - 2s + 5) = \text{نها } s^2 \left(1 - \frac{2}{s} + \frac{5}{s^2} \right) = \infty = 1 \times \infty$$

$$٢) \text{ نها } \frac{(s^2 + 3)(s + 5)}{(s^2 + 3s + 9)} = \frac{(s^2 + 3)(s + 5)}{(s^2 + 3s + 9)} = \frac{1}{1} = 1$$

$$٣) \text{ نها } \frac{(s^2 + 3)(s + 5)}{(s^2 + 3s + 9)} = \frac{(s^2 + 3)(s + 5)}{(s^2 + 3s + 9)} = \frac{1}{1} = 1$$

$$٤) \text{ نها } \frac{(s^2 + 3)(s + 5)}{(s^2 + 3s + 9)} = \frac{(s^2 + 3)(s + 5)}{(s^2 + 3s + 9)} = \frac{1}{1} = 1$$

$$\infty = 1 \times \underset{\infty \leftarrow s}{\text{نها}} = \left(\frac{\left(\frac{3}{s} - 1 \right)^3 \underset{\infty \leftarrow s}{\text{نها}}}{\left(\frac{2}{s} - 1 \right)^2 \underset{\infty \leftarrow s}{\text{نها}}} \right) = \underset{\infty \leftarrow s}{\text{نها}} \left(\frac{s^3 - 3}{1 - 2s} \right)$$

$$\frac{1}{243} = \left(\frac{1}{3} \right)^\circ = \dots = \left(\left(\frac{2 - 2s}{5 - s^2 + 2s^3} \right) \underset{\infty \leftarrow s}{\text{نها}} \right)^\circ = \underset{\infty \leftarrow s}{\text{نها}} \left(\frac{2 - 2s}{5 - s^2 + 2s^3} \right)$$

$$1 = \dots = \frac{5 - 2s^3}{3 + 2s^3} \underset{\infty \leftarrow s}{\text{نها}} = \frac{|5 - 2s^3|}{3 + 2s^3} \underset{\infty \leftarrow s}{\text{نها}} = \frac{|5 - 2s^3|}{3 + 2s^3} \underset{\infty \leftarrow s}{\text{نها}} \quad (\text{هـ})$$

إجابة السؤال الثاني :

$$1 - = \frac{1 - s^2 + 2s^3 + (2 - 1)s^4}{3 + s^3 + 2s^2} \underset{\infty \leftarrow s}{\text{نها}}$$

النهاية موجودة ومعلومة القيمة ، ودرجة المقام = 2 ولذلك ستكون درجة البسط = 2

ويتحقق عندما (2-1) = 0 ومنها (2=1)

$$\underset{\infty \leftarrow s}{\text{نها}} = \frac{1 - s^2 + 2s^3}{3 + s^3 + 2s^2} \leftarrow 1 - = \frac{3}{3} \text{ ومنها ب } 3 - =$$

إجابة تمارين (٧ - ٦) الاتصال :

إجابة السؤال الأول :

$$(أ) \text{ وه (س) } = |س^2 + ٢س - ١٨| + ٢س \text{ متصل عند س } = ٢$$

لأن ما بداخل القيمة المطلقة كثير حدود متصل عند س = ٢ ومجموع اقترانين متصلين

$$\text{عند س } = ٢ \text{ يكون متصل عند س } = ٢$$

أو إعادة التعريف للقيمة المطلقة فيكون متصل عند س = ٢

$$(ب) \text{ وه (س) } = س^2 \times [س - ٢, ٢] \leftarrow \text{ وه (س) } = \begin{cases} ٢ - , & ١,٨ - \geq س > ٨,٢ \\ ١ - , & ٨,٢ \geq س > ٢,٢ \end{cases}$$

$$\text{وه (س) } = (٨,٢ -) , ٦٤ - , \text{ نها وه (س) } = ١,٢٨ - , \text{ نها وه (س) } = ٦٤ - , \text{ نها وه (س) } = (س) \text{ } \begin{matrix} \text{س} \leftarrow \text{س} - ٨,٢^+ \\ \text{س} \leftarrow \text{س} - ٨,٢^- \end{matrix}$$

$$\text{نها وه (س) غير موجودة اذن وه (س) غير متصل عند س } = ٨,٢ - \text{س} \leftarrow \text{س} - ٨,٢^+$$

$$(ج) \text{ وه (س) } = \text{ظا (س)} - \text{جتا (س)} = \pi - \pi = ٠ \text{ متصل عند س } = \frac{1}{\pi} \text{ لتتحقق شروط الاتصال}$$

$$\text{وه (س) } = \left(\frac{1}{\pi} \right) = \text{ظا (س)} - \text{جتا (س)} = ١ - ١ = ٠ \text{ ومنها } \left(\frac{1}{\pi} \right) = \text{نها وه (س) } = ١ - ١ = ٠ \text{ } \begin{matrix} \text{س} \leftarrow \frac{1}{\pi} \\ \text{س} \leftarrow \frac{1}{\pi} \end{matrix}$$

إجابة السؤال الثاني :

$$\frac{5}{8} = \frac{1}{(\sqrt{s+1} + 4)} \times \frac{(3-s)^5}{(3-s)} \times \frac{1}{(\sqrt{s+1} + 4)} = \frac{(\sqrt{s+1} + 4)}{(\sqrt{s+1} + 4)} \times \frac{(\sqrt{s+1} - 4)}{(3-s)} \times \frac{1}{(\sqrt{s+1} + 4)}$$

وهـ (3) = 2 ومنها وهـ (س) غير متصل عند س = 3 .

إجابة السؤال الثالث :

أ) وهـ (س) = جـ 2 س + |3 - س| متصل $\forall$ س $\in \mathbb{R}$ لأنه مجموع اقترانين متصلين على حـ
 وهـ (س) = جـ 2 س متصل على حـ ، وهـ (س) = |3 - س| ما بداخل القيمة المطلقة متصل على حـ .

$$\text{ب) وهـ (س) = } \left[\frac{س}{3} - 1 \right] \text{ س } \in [0, 3] \text{ }$$

$$\left. \begin{array}{l} 3 - س = 2 \\ 3 - س > 1 \\ 3 \geq س > 0 \\ 5 \geq س > 3 \end{array} \right\} \text{ وهـ (س) = } \left[\begin{array}{l} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 1 - \end{array} \right]$$

وهـ (س) متصل على الفترات $[0, 3]$ ، $[3, 5]$ ، $[5, 3]$ ، $[3, 0]$ كثيرات حدود

من خلال بحث شروط الاتصال وهـ (س) منفصل عند س = 3 ، 0 ، 3 - .

إجابة السؤال الرابع :

وهـ (س) متصل على مجاله $\leftarrow$ وهـ (س) متصل عند نقاط التحول وهي س = 1 ، س = 3

$$\text{وه (١) = نها (س) نها (س) ومنها أ = ٢} \\ \text{س ← -١} \quad \text{س ← +١}$$

$$\text{وه (٣) = نها (س) نها (س) ومنها ب = ١٠} \\ \text{س ← -٣} \quad \text{س ← +٣}$$

إجابة السؤال الخامس :

أ) وه (س) منفصل عند س = -١ ، ١ .

ب) وه (س) متصل $\forall$ س $\in [-٢ ، ١]$ من الرسم متصل وكذلك متصل من الجهة اليمنى واليسرى

ج) وه (س) غير متصل على الفترة $[-١ ، \infty]$ لأنه غير متصل عند س = -١ ، ١

د) وه (س) متصل $\forall$ س $\in [-\infty ، ٢]$ لتحقيق شروط الاتصال من الرسم

هـ) وه (س) غير متصل على مجاله $\leftarrow$ وه (س) متصل $\forall$ س $\in \mathbb{C} - \{-١ ، ١\}$

إجابة تمارين (٧ - ٧) بلزانو :

إجابة السؤال الأول :

تتحقق شروط بلزانو على الفترتين ، $[-3, -1]$ ، $[4, 5]$ يمكن الجزم بوجود صفري اقتران ولكن $\psi(0) = 0$. اذن يوجد صفر ثالث $\leftarrow$ أقل عدد من الأصفار يمكن التحقق من وجودها ٣ .
إجابة السؤال الثاني :

$\psi(s) = s^3 - 2s^2 + 2$ متصل على الفترة $[-2, 4]$ لأنه اقتران كثير حدود

$$\psi(-2) > 0, \psi(4) < 0$$

$$\psi(-2) \times \psi(4) < 0$$

تتحقق شروط بلزانو ، يوجد على الأقل $j \in [-2, 4]$ بحيث $\psi(j) = 0$

$$\text{التقريب الأول } j_1 = \frac{-2 + 4}{2} = 1$$

بالمثل تنطبق بلزانو على الفترة $[-2, 1]$

$$\text{يوجد على الأقل } j \in [-2, 1] \text{ بحيث } \psi(j) = 0 \text{ التقريب الثاني } j_2 = \frac{-2 + 1}{2} = -\frac{1}{2}$$

بالمثل تنطبق بلزانو على الفترة $[-2, -\frac{1}{2}]$

$$\text{يوجد على الأقل } j \in [-2, -\frac{1}{2}] \text{ بحيث } \psi(j) = 0 \text{ التقريب الثاني } j_3 = \frac{-2 - \frac{1}{2}}{2} = -1,25$$

إجابة السؤال الثالث :

$$\psi(s) \begin{cases} |s+2|, & 1 \leq s < 2 \\ s^2 - 8s + 2, & 2 \leq s \leq 5 \end{cases} \text{ و } \psi(s) \begin{cases} s+2, & 1 \leq s < 2 \\ s^2 - 8s + 2, & 2 \leq s \leq 5 \end{cases}$$

$\psi(s)$ متصل على $[1, 2]$ ، وكذلك على الفترة $[2, 5]$ كثيرات حدود

عند $s = 2$ تتحقق شروط الاتصال $\neg (2) = \neg (s) \neg (s) \neg (s) = 4$ متصل عند $s = 2$

ومنها $\neg (s)$ متصل على الفترة $[1, 5]$

$\neg (1) \times \neg (5) > 0$ تتحقق شروط نظرية بلزانو

يوجد على الأقل $\exists j \in [1, 5]$ بحيث $\neg (j) = 0$

$$\neg (j) = \left\{ \begin{array}{l} 2 + j \geq 1, \quad 2 > j \geq 1 \\ 2 - j \geq 2, \quad 5 \geq j \geq 2 \end{array} \right.$$

$j = 2$ مرفوض لا ينتمي للفترة $[1, 2]$

$j = 8$ ومنها $j = \sqrt{2} \in [2, 5]$ ، $j = 2 - \sqrt{2} \in [2, 5]$.

إجابة السؤال الرابع :

نفرض $\neg (s) = \neg (s) - 13 = s^3 + s^2 - s - 8 = 0$ لكل $s \in [-3, 1]$

$\neg (s)$ متصل على الفترة $[-3, 1]$ لأنه اقتران كثير حدود

$\neg (1) \times \neg (3) > 0$ تتحقق شروط بلزانو

يوجد على الأقل $\exists j \in [-3, 1]$ بحيث $\neg (j) = 0$ أي $\neg (j) = 13 - 13 = 0$

يوجد على الأقل $\exists j \in [-3, 1]$ بحيث $\neg (j) = 13$

إجابة السؤال الخامس :

نبحث تحقق الشروط على الاقتران $\neg (s) = (s - 5) \neg (s)$

$\neg (s)$ متصل على الفترة $[7, 1]$ لأنه حاصل ضرب اقترانين متصلين على $[7, 1]$

$\neg (1) = -4 \times \neg (1) > 0$ لأن $\neg (1)$ موجبة لأنها تقع في الربع الأول

هـ (٧) = (٧) × ٤ = ٢٨ < ٠ لأن (٧) موجبة لأنها تقع في الربع الأول

هـ (١) × هـ (٧) > ٠

تتحقق شروط نظرية بلزانو إذن يوجد على الأقل ج $\in [١, ٧]$ بحيث هـ (ج) = ٠

التقريب الأول : ج_١ = $\frac{٧+١}{٢} = ٤$

هـ (٤) = (٤) × ١ = ٤ < ٠ تتحقق شروط بلزانو

التقريب الثاني : ج_٢ = $\frac{٤+١}{٢} = ٢,٥$

هـ (٢,٥) < ٠

بالمثل تتحقق بلزانو على الفترة [١, ٢,٥]

التقريب الثالث = ج_٣ = $\frac{٢,٥+١}{٢} = ١,٧٥$

تمارين عامة :

السؤال الأول :

الفقرة	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣
رمز الإجابة الصحيحة	د	أ	ج	ج	ب	أ	د	أ	ج	ج	ج	ب	ج

السؤال الثاني :

وه (س) متصل على ع ← متصل عند س = ٣

$$\text{وه (٣)} = \text{نها}^{\text{س} \leftarrow ٣} = (س) = ١١$$

$$\text{نها}^{\text{س} \leftarrow ٣} = \frac{\text{س}^٢ - (٣ - ٢)س - ٦}{٢ - س} = ١١$$

$$\text{نها}^{\text{س} \leftarrow ٣} = \frac{(س - ٣)(س + ٢)}{(س - ٣)} = ١١$$

$$\text{نها}^{\text{س} \leftarrow ٣} = (س + ٢) = ١١ ، (٣ + ٢) = ١١ ، ب = ٤ .$$

السؤال الثالث :

$$\text{نها}^{\text{س} \leftarrow \infty} = \frac{\text{س}^٢ (١ + \text{س}^٢)}{\text{س}^٢ (١ + س)}$$

درجة البسط = ٤

ولذلك لكي تكون النهاية موجودة يجب أن تكون درجة المقام = ٤

$$\text{ومنها } n = 2 \leftarrow \text{نها} \xrightarrow{s \leftarrow \infty} \frac{(s^2 + 1)^2}{s^2(s^2 + 1)^2} = 2 -$$

$$\text{نها} \xrightarrow{s \leftarrow \infty} \frac{s^4 + 2s^2 + 1}{(s^2 + 2s + 1)^2} = 2 -$$

$$\frac{1}{4} - = 1, \quad 2 - = \frac{1}{4}$$

السؤال الرابع :

نفرض $l(s) = h(s) - h(s)$

$l(1) = h(1) - h(1) = 0$ لأن $h(1) < h(1)$ معطى

$l(2) = h(2) - h(2) = 0$ لأن $h(2) > h(2)$ معطى

$l(1) \times l(2) > 0$

$h(s), h(s)$ كثيرا حدود إذن متصلان على الفترة $[2, 1]$

$l(s) = h(s) - h(s)$ لأنه ناتج طرح اقترانين متصلين

تتحقق شروط نظرية بلزانو إذن يوجد على الأقل $j \in [1, 2]$ بحيث $h(j) = 0$

بحيث $l(j) = 0$ ومنها $h(j) - h(j) = 0 \leftarrow h(j) = h(j)$

السؤال الخامس :

نفرض $s = s^2 - 7$

نختار الفترة $[2, 1]$ لأن $1 > 7 > 8 \leftarrow \bar{7} > \bar{7} > \bar{7} \leftarrow 1 > \bar{7} > 1$

$h(s)$ متصل على الفترة $[2, 1]$ لأنه كثير حدود

$$٠ > ٦ - = (١) ٠$$

$$٠ < ١ = (٢) ٠$$

$$٠ > (٢) ٠ \times (١) ٠$$

تتحقق شروط نظرية بلزانو إذن يوجد على الأقل $\exists \mathcal{J} \in [١, ٢]$ بحيث $٠ = (ج) ٠$

$$\text{التقريب الأول} = \mathcal{J}_١ = \frac{٢+١}{٢} = ١,٥$$

$$٠ > (١,٥) ٠$$

نطبق بلزانو على الفترة $[٢, ١,٥]$ نتحقق الشروط

تتحقق شروط نظرية بلزانو إذن يوجد على الأقل $\exists \mathcal{J} \in [١,٥, ٢]$ بحيث $٠ = (ج) ٠$

$$\text{التقريب الثاني} = \mathcal{J}_٢ = \frac{٢+١,٥}{٢} = ١,٧٥$$

$$٠ > (١,٧٥) ٠$$

نطبق بلزانو على الفترة $[٢, ١,٧٥]$ نتحقق الشروط

تتحقق شروط نظرية بلزانو إذن يوجد على الأقل $\exists \mathcal{J} \in [١,٧٥, ٢]$ بحيث $٠ = (ج) ٠$

$$\text{التقريب الثالث} = \mathcal{J}_٣ = \frac{٢+١,٧٥}{٢} = ١,٨٧٥$$