

حلول كتاب الرياضيات للصف الثاني عشر الريادي

الوحدة الأولى

المصفوفات

حلول تمارين ومسائل ١-١

س١:

$$\begin{bmatrix} 50 & 100 & 150 \\ 100 & 150 & 200 \\ 150 & 100 & 250 \\ 150 & 200 & 50 \end{bmatrix} \text{ أو } \begin{bmatrix} 50 & 250 & 200 & 150 \\ 200 & 100 & 150 & 100 \\ 150 & 150 & 100 & 50 \end{bmatrix}$$

س٢:

(١) رتبة ١ تساوي 3×2 ، رتبة ٢ تساوي 2×2 ، رتبة ٣ تساوي 2×3

(٢) $\frac{2}{3} = 22$ ، ب $3 = 12$ ، ج $3 = 13$ ، د $2, 3$ ، ج $5 = 22$

(٣) $3 = (5-) + 2 = 23$ ج

س٣:

(١) من تساوي المصفوفتين $3 = 9$ ، $3 = 3$

١- س $2 = 3$ ، س $3 = 3$

(٢) من تساوي المصفوفتين $2 = 4 + 2$ فإن س $2 = 4 - 2 = 2$

ص $6 = 2 \times 3 = 2$

س٤:

$0 = 2 - (1)2 = 21$ ج	$1 = 1 - (1)2 = 11$ ج
$2 = 2 - (2)2 = 22$ ج	$3 = 1 - (2)2 = 12$ ج
$4 = 2 - (3)2 = 23$ ج	$5 = 1 - (3)2 = 13$ ج

$$\text{الحل: ج} = \begin{bmatrix} 21 \text{ ج} & 11 \text{ ج} \\ 22 \text{ ج} & 12 \text{ ج} \\ 23 \text{ ج} & 13 \text{ ج} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{bmatrix} \text{ إذا ج}$$

حلول تمارين ومسائل ١-٢

س١:

(أ) $[4000 \ 2500 \ 2000] = أ$ ، $[6500 \ 5500 \ 5000] = ب$ ، $[5000 \ 4500 \ 3500] = ج$ ،
ويمكن كتابتها على شكل مصفوفة صف.

(ب) $[15500 \ 12500 \ 10500] = س$

(ج) $[2500 \ 3000 \ 3000]$

س٢:

$$1. \begin{bmatrix} 1^- & 2^- \\ 2^- & 3 \\ 1^- & 5^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1^- & 2^- \\ 2^- & 3 \\ 1^- & 5^- \end{bmatrix}$$

$$2. \begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 5 & 3^- & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 6 & 2^- & 1 \end{bmatrix}$$

س٣:

$$(1) \begin{bmatrix} 4 & 2^- \\ 5 & 0 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} 2 - \left(\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 3^- & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 2^- \\ 4 & 1^- \end{bmatrix} \right) = ج \ 2 - (ب + أ)$$

$$\begin{bmatrix} 3^- & 8 \\ 10^- & 1^- \\ 0 & 5^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 & 4^- \\ 10 & 0 \\ 6 & 4 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 0 & 1^- \\ 6 & 1^- \end{bmatrix} =$$

$$(2) \begin{bmatrix} 4 & 2^- \\ 5 & 0 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} + \left(\begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 3^- & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 3 & 2^- \\ 4 & 1^- \end{bmatrix} \right) = ج + (ب + أ)$$

$$\begin{bmatrix} 9 & 2 \\ 5 & 1^- \\ 9 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 2^- \\ 5 & 0 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 & 4 \\ 0 & 1^- \\ 6 & 1^- \end{bmatrix} =$$

$$\begin{aligned}
 & \left(\begin{bmatrix} ٤ & ٢^- \\ ٥ & ٠ \\ ٣ & ٢ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٥ & ٣ \\ ٣^- & ١ \\ ٢ & ٠ \end{bmatrix} \right) + \begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ٣ & ٢^- \\ ٤ & ١^- \end{bmatrix} = (ب + ج) + ١ (٣) \\
 & \begin{bmatrix} ٩ & ٢ \\ ٥ & ١^- \\ ٩ & ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٩ & ١ \\ ٢ & ١ \\ ٥ & ٢ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ٣ & ٢^- \\ ٤ & ١^- \end{bmatrix} = \\
 & \begin{bmatrix} ٨ & ٢^- \\ ١٦ & ٤^- \\ ١٤ & ٢ \end{bmatrix} = ٢ \begin{bmatrix} ٤ & ١^- \\ ٨ & ٢^- \\ ٧ & ١ \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} ٤ & ٢^- \\ ٥ & ٠ \\ ٣ & ٢ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ٣ & ٢^- \\ ٤ & ١^- \end{bmatrix} \right) ٢ = (ج + ١) ٢ (٤) \\
 & \begin{bmatrix} ٩ & ١ \\ ٢ & ١ \\ ٥ & ٢ \end{bmatrix} = (ب + ج) (٦) \quad \begin{bmatrix} ٩ & ١ \\ ٢ & ١ \\ ٥ & ٢ \end{bmatrix} = (ب + ج) (٥)
 \end{aligned}$$

س٤:

١. المصفوفتان متساويتان س + ص = ٤
 س - ٣ص = ٠ بحل المعادلتين بالحذف ينتج أن
 س = ٣ ، ص = ١

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} ١١ \\ ١٣ \\ ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٥ \\ ٣ص \\ ١^- \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} س \\ ١ \\ ٤ \end{bmatrix} \quad ٢. \\
 & \begin{bmatrix} ١١ \\ ١٣ \\ ١ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١٥ \\ ٦ص \\ ٣^- \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} س \\ ١ \\ ٤ \end{bmatrix} \\
 & \text{ومنها س + ١٥ = ١١ ، س = -٤} \\
 & \text{وأيضاً ١ + ٦ص = ١٣ ، ص = ٢}
 \end{aligned}$$

س٥:

$$\begin{bmatrix} ٣^- & ١^- \\ ٣ & ١٠^- \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ٥^- & ٠ \\ ٩ & ٤ \end{bmatrix} ٣ = (١ - ٢س)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} 18 & 1 \\ 30 & 2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 3 & 10 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 15 & 0 \\ 27 & 12 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} 9 & \frac{1}{2} \\ 15 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 18 & 1 \\ 30 & 2 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{2} = \text{ص} \\ &= \frac{1}{2} \text{ص} + \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 6 & 5 & 0 \end{bmatrix} \quad (2) \\ &= \frac{1}{2} \text{ص} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 6 & 5 & 0 \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{2} \text{ص} = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 1 \\ 9 & 4 & 0 \end{bmatrix} \\ &= \text{ص} = \begin{bmatrix} 8 & 2 & 2 \\ 18 & 8 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

حلول تمارين ومسائل ١ - ٣

س١: أكمل الجدول الآتي :

رتبة المصفوفة النتائج	ب. ب غير معرفة	ب. ب معرفة	رتبة المصفوفة ب	رتبة المصفوفة ب
٢×١	_____	✓	٢×٣	٣×١
_____	✓	_____	٣×٢	٣×٢
٣×٢	_____	✓	٣×١	١×٢

س٢: أجد ناتج ما يأتي (إن أمكن):

$$[33] = [9 \times 1 + 8 \times 3] = \begin{bmatrix} 8 \\ 9 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 3 \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\text{لا يمكن لأن الضرب غير معرف.} \quad \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 \\ 5 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$\begin{bmatrix} 1^- \times 0 + 0 \times 1 & 0 \times 0 + 1^- \times 1 \\ 1^- \times 1^- + 0 \times 0 & 0 \times 1^- + 1^- \times 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1^- \\ 1^- & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1^- & 0 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 1^- \\ 1 & 0 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 2^- & 4 & 2 \\ 4 & 10 & 0 \\ 7^- & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5^- & 0 & 1 \\ 6 & 1^- & 2 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$\begin{bmatrix} 7^- \times 5^- + 4 \times 0 + 2^- \times 1 & 1 \times 5^- + 10 \times 0 + 4 \times 1 & 0 \times 5^- + 0 \times 0 + 2 \times 1 \\ 7^- \times 6 + 4 \times 1^- + 2^- \times 2 & 1 \times 6 + 10 \times 1^- + 4 \times 2 & 0 \times 6 + 0 \times 1^- + 2 \times 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 33 & 1^- & 2 \\ 50^- & 4 & 4 \end{bmatrix}$$

س ۳:

$$\begin{bmatrix} 90 & 109 & 13 \\ 47 & 31^- & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 0 & 3 \\ 4 & 2^- & 1^- \\ 0 & 6 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 10 & 8 & 7 \\ 6^- & 0 & 3 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{ب. ج (۱)}$$

$$\begin{bmatrix} 10^- & 8^- & 7^- \\ 6 & 0^- & 3^- \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1^- & 2 \\ 1 & 3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} = \text{ب. ج (۲) (ب-)}$$

$$\begin{bmatrix} 72^- & 22^- & 22^- \\ 78^- & 08^- & 48^- \\ 60 & 00^- & 30^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10^- & 8^- & 7^- \\ 6 & 0^- & 3^- \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2^- & 4 \\ 2 & 6 \\ 10 & 0 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 47 & 09 & 4 \\ 17^- & 23 & 1^- \\ 24 & 12^- & 6^- \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 9 & 0 & 3 \\ 4 & 2^- & 1^- \\ 0 & 6 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 9 & 0 & 3 \\ 4 & 2^- & 1^- \\ 0 & 6 & 0 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{ب. ج (۳)}$$

(۴) لا يمكن.

$$\begin{bmatrix} ١٤^- & ٤ \\ ٢ & ٣ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٣س-٢- & ٢س-٢ص- \\ ٢- & ٣ \end{bmatrix} \text{س:٤}$$

$$\begin{aligned} ٢س-٢ &= ٤ \text{ ومنها س} = ٢ \\ ٢س-٢ص- &= ١٤- \text{ ومنها ص} = ٥ \end{aligned}$$

س:٥

$$\begin{bmatrix} ٣- & ٥ & ٢ \\ ٢ & ٢- & ١- \\ ٤ & ١ & ٠ \end{bmatrix} \cdot \left(\begin{bmatrix} ٢ & ١ & ٧ \\ ١ & ٥- & ٣ \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} ٠ & ٣ \\ ٧ & ١ \end{bmatrix} \right) = \Rightarrow \text{ (١.ب) (١)}$$

$$\begin{bmatrix} ٣٣- & ١٠٥ & ٣٩ \\ ١١٦- & ٢١٧ & ٩٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٣- & ٥ & ٢ \\ ٢ & ٢- & ١- \\ ٤ & ١ & ٠ \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} ٦ & ٣ & ٢١ \\ ٩ & ٣٤- & ٢٨ \end{bmatrix} =$$

$$\left(\begin{bmatrix} ٣- & ٥ & ٢ \\ ٢ & ٢- & ١- \\ ٤ & ١ & ٠ \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} ٢ & ١ & ٧ \\ ١ & ٥- & ٣ \end{bmatrix} \right) \cdot \begin{bmatrix} ٠ & ٣ \\ ٧ & ١ \end{bmatrix} = \Rightarrow \text{ (١.ب) (٢)}$$

$$\begin{bmatrix} ٣٣- & ١٠٥ & ٣٩ \\ ١١٦- & ٢١٧ & ٩٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ١١- & ٣٥ & ١٣ \\ ١٥- & ٢٦ & ١١ \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} ٠ & ٣ \\ ٧ & ١ \end{bmatrix} =$$

$$\left(\begin{bmatrix} ٢ & ١ & ٧ \\ ١ & ٥- & ٣ \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} ٠ & ٣ \\ ٧ & ١ \end{bmatrix} \right)^٢ = \text{ (١.ب) (٣)}$$

$$\begin{bmatrix} ١٢ & ٦ & ٤٢ \\ ١٨ & ٦٨- & ٥٦ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٦ & ٣ & ٢١ \\ ٩ & ٣٤- & ٢٨ \end{bmatrix}^٢ =$$

$$\begin{bmatrix} ٢ & ١ & ٧ \\ ١ & ٥- & ٣ \end{bmatrix} \cdot \left(\begin{bmatrix} ٠ & ٣ \\ ٧ & ١ \end{bmatrix}^٢ \right) = \text{ (٢.ب) (٤)}$$

$$\begin{bmatrix} ١٢ & ٦ & ٤٢ \\ ١٨ & ٦٨- & ٥٦ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٢ & ١ & ٧ \\ ١ & ٥- & ٣ \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} ٠ & ٦ \\ ١٤ & ٢ \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} ١٢ & ٦ & ٤٢ \\ ١٨ & ٦٨- & ٥٦ \end{bmatrix} = (٢ب) . ١ (٥)$$

حلول تمارين ومسائل ١ - ٤

$$٢ = (٤ \times ١) - (٢ \times ٣) = \begin{vmatrix} ١ & ٣ \\ ٢ & ٤ \end{vmatrix} \quad (١) \quad \text{س١:}$$

$$٠ = (٣ \times ٤) - (١ \times ١٢) = \begin{vmatrix} ٤ & ١٢ \\ ١ & ٣ \end{vmatrix} \quad (٢)$$

$$١ \begin{vmatrix} ٢ & ٣- \\ ٣ & ٤ \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} ١- & ٣- \\ ٢- & ٤ \end{vmatrix} ٢- + \begin{vmatrix} ١- & ٢ \\ ٢- & ٣ \end{vmatrix} ٣- = \begin{vmatrix} ١ & ٢ & ٣- \\ ١- & ٢ & ٣- \\ ٢- & ٣ & ٤ \end{vmatrix} \quad (٣)$$

$$٣٤- = (٨-٩-) + (٤+٦)٢- - (٣+٤-)٣- =$$

س٢:

$$١٦ = (٢ \times ٦) - (١٤ \times ٢) = \begin{vmatrix} ٦ & ٢ \\ ١٤ & ٢ \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} ٤ & ١ \\ ٢ & ٠ \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} ١- & ٢ \\ ٣ & ٢ \end{bmatrix} = |٠ب|$$

$$٩ = (٢ \times ٣) - (٥ \times ٣) = \begin{vmatrix} ٣ & ٣ \\ ٥ & ٢ \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} ٤ & ١ \\ ٢ & ٠ \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} ١- & ٢ \\ ٣ & ٢ \end{bmatrix} = |ب+٠|$$

$$\begin{bmatrix} ٨ & ٢ \\ ٤ & ٠ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ١- & ٢ \\ ٣ & ٢ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٤ & ١ \\ ٢ & ٠ \end{bmatrix} ٢ - \begin{bmatrix} ١- & ٢ \\ ٣ & ٢ \end{bmatrix} = |٢ب-٠|$$

$$١٨ = (٢ \times ٩-) - (١- \times ٠) = \begin{vmatrix} ٩- & ٠ \\ ١- & ٢ \end{vmatrix} =$$

س٣: ٢س - ٣ = ٥ ومنها س = ٤

س٤:

$$س = \begin{vmatrix} ١ & ٢^- & ٥ \\ ١^- & ١ & ٥ \\ ٠ & ٦ & ٥ \end{vmatrix}$$

$$٥ + س٦ = (٥ - ٠) + (٥ + ٠)٢ + (٦ + ٠)س = ١١ = ٥ + س٦ \text{ ومنها } س = ١$$

حلول تمارين ومسائل ١ - ٥

س١: أجد النظير الضربي للمصفوفات الآتية (إن أمكن) :

$$(١) \text{ محدد المصفوفة } = \begin{vmatrix} ١ & ١^- \\ ٢ & ١ \end{vmatrix} = ٣^- \text{ يوجد لها نظير ضربي}$$

$$\text{النظير الضربي للمصفوفة} = \frac{١^-}{٣}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{١}{٣} & \frac{٢^-}{٣} \\ \frac{١}{٣} & \frac{١}{٣} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{١^-}{٣^-} & \frac{٢}{٣^-} \\ \frac{١^-}{٣^-} & \frac{١}{٣^-} \end{bmatrix} =$$

$$(٢) \begin{bmatrix} ١ & \frac{١}{٢} \\ ٤ & ٢ \end{bmatrix} \text{ لا يوجد للمصفوفة نظير ضربي لان المحدد صفر (منفردة)}$$

$$(٣) \begin{bmatrix} ٠ & ١ \\ ١ & ٠ \end{bmatrix} \text{ نظير المصفوفة المحايدة هي نفسها}$$

س٢:

$$(١) \text{ س٣} = ٦^- \text{ ومنها } س = ٢$$

$$(٢) \text{ س٢} = ٣٦ \text{ ومنها } س = ٦ \text{ أو } س = ٦^-$$

$$\text{س٣: ب} = ٤ \quad \begin{bmatrix} ١٦ & ١٢ \\ ٨ & ٤ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ٤ & ٣ \\ ٢ & ١ \end{bmatrix}$$

$$٣٢ = ٦٤ - ٩٦ = \begin{vmatrix} ١٦ & ١٢ \\ ٨ & ٤ \end{vmatrix} = |ب|$$

$$\text{ب}^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{16}{32} & \frac{8}{32} \\ \frac{12}{32} & \frac{4}{32} \end{bmatrix}$$

$$\text{س ٤: } \text{ب} \cdot \text{أ} = \begin{bmatrix} 4 & 1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$=^{-1}(\text{ب} \cdot \text{أ}) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

$$\text{ب}^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad \text{أ}^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{ب}^{-1} \cdot \text{أ}^{-1} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \end{bmatrix}$$

نلاحظ أن $\text{ب}^{-1} \cdot \text{أ}^{-1} = ^{-1}(\text{ب} \cdot \text{أ})$

$$\text{س ٥: } \text{س}^2 = \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\text{س}^2 = \left(\begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 8 \end{bmatrix} \right) \cdot \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 27 & 19 \\ 44 & 32 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 5 & 3 \\ 4 & 8 \end{bmatrix} = \text{س}^2$$

$$= \text{س} = \begin{bmatrix} \frac{27}{2} & \frac{19}{2} \\ \frac{44}{2} & \frac{32}{2} \end{bmatrix}$$

حلول تمارين (١ - ٦)

س ١: أحل الأنظمة الخطية الآتية باستخدام النظير الضربي:

(١) نكتب النظام بصورة معادلة مصفوفية

$$\begin{bmatrix} 4^- & 3 \\ 4 & 2^- \end{bmatrix} \text{ نضرب النظير الضربي للمصفوفة} \begin{bmatrix} 4 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 4^- & 3 \\ 4 & 2^- \end{bmatrix}$$

المصفوفية من جهة اليمين

$$\begin{bmatrix} 4 \\ 4 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{4}{4} & \frac{4}{4} \\ \frac{3}{4} & \frac{2}{4} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} \cdot \left(\begin{bmatrix} 4^- & 3 \\ 4 & 2^- \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{4}{4} & \frac{4}{4} \\ \frac{3}{4} & \frac{2}{4} \end{bmatrix} \right)$$

$$\begin{bmatrix} 8 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} \text{ ومنها } س=8 ، ص=5$$

(٢) نرتب النظام كالآتي : س - ص = 3

$$٢س + ص = 6$$

$$\begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1^- & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 \\ 6 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} \cdot \left(\begin{bmatrix} 1^- & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{3} & \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \end{bmatrix} \right)$$

$$\begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} \text{ ومنها } س=3 ، ص=0$$

س٢: أحل الأنظمة الخطية الآتية باستخدام طريقة كرامر:

$$\begin{bmatrix} 8 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1^- & 8 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1^- & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \quad (١)$$

$$١٥ = |س٢| ، ٩ = |س١| ، ٣ = |م|$$

$$\text{وحسب طريقة كرامر } س = \frac{9}{3} = \frac{|س١|}{|م|} ، ص = \frac{15}{3} = \frac{|س٢|}{|م|}$$

(٢) نرتب النظام كالآتي : س - ص = 1

$$٢س + ص = 8$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1^- \\ 8 & 2 \end{bmatrix} = \text{أص} , \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 8 \end{bmatrix} = \text{أس} , \quad \begin{bmatrix} 2 & 1^- \\ 1 & 2 \end{bmatrix} = \text{أ} \\ 10^- = |\text{أص}| , \quad 15^- = |\text{أس}| , \quad 5^- = |\text{أ}| \\ \text{وحسب طريقة كرامر} \quad 2 = \frac{10^-}{5^-} = \frac{|\text{أص}|}{|\text{أ}|} = \text{ص} , \quad 3 = \frac{15^-}{5^-} = \frac{|\text{أس}|}{|\text{أ}|} = \text{س} \\ \text{س ٣: حسب طريقة كرامر} \quad 1 = \frac{11}{11} = \frac{|\text{أص}|}{|\text{أ}|} = \text{ص} , \quad 3 = \frac{33}{11} = \frac{|\text{أس}|}{|\text{أ}|} = \text{س} \\ \text{س ٤:}$$

أ. المعادلتين الخطيتين هما:

$$\text{س} + 2\text{ص} = 2$$

$$3\text{س} + 11\text{ص} = 9$$

ب. استخدم طريقة كرامر لحل النظام.

$$\begin{bmatrix} 2^- & 1 \\ 9 & 3 \end{bmatrix} = \text{أص} , \quad \begin{bmatrix} 2 & 2^- \\ 11 & 9 \end{bmatrix} = \text{أس} , \quad \begin{bmatrix} 2 & 1^- \\ 11 & 3 \end{bmatrix} = \text{أ} \\ 15 = |\text{أص}| , \quad 40^- = |\text{أس}| , \quad 5 = |\text{أ}| \\ \text{وحسب طريقة كرامر} \quad 3 = \frac{15}{5} = \frac{|\text{أص}|}{|\text{أ}|} = \text{ص} , \quad 8^- = \frac{40^-}{5} = \frac{|\text{أس}|}{|\text{أ}|} = \text{س}$$

حلول تمارين عامة ١-٧

س ١:

الفقرة	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الإجابة	د	أ	ج	أ	ج	ب	أ	ج	د	ب

$$\begin{bmatrix} 6^- & 8 \\ 7 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4^- & 5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2^- & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} = \text{ل} + \text{ج} \quad (\text{س ٢: أ})$$

$$\begin{bmatrix} 2 & 1^- \\ 6 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4^- & 5 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} 2 - \begin{bmatrix} 2^- & 3 \\ 4 & 2 \end{bmatrix} 3 = 2\text{ل} - 3\text{ج} \quad (\text{ب})$$

$$(ج) \begin{bmatrix} ۲- & ۶ & ۲ \\ ۵ & ۱ & ۴- \\ ۳ & ۱ & ۲ \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} ۵ & ۳- & ۲ \\ ۴ & ۵- & ۶ \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} ۰ & ۱ \\ ۱ & ۲ \\ ۳ & ۲ \end{bmatrix} = د. (ب. ا.) = د. ب. ا.$$

$$\begin{bmatrix} ۴- & ۱۴ & ۲۶ \\ ۳۳- & ۶۳ & ۹۲ \\ ۸۳- & ۱۳۳ & ۱۷۲ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۲- & ۶ & ۲ \\ ۵ & ۱ & ۴- \\ ۳ & ۱ & ۲ \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} ۵ & ۳- & ۲ \\ ۱۴ & ۱۱- & ۱۰ \\ ۲۲ & ۲۱- & ۲۲ \end{bmatrix} =$$

$$(د) \begin{bmatrix} \frac{۴}{۲۳} & \frac{۳}{۲۳} \\ \frac{۵}{۲۳} & \frac{۲-}{۲۳} \end{bmatrix} = \text{ل}^{-۱} \quad (۵) \quad |ج| = ۱۶$$

س ۳:

$$(ا) \begin{bmatrix} ۶ & ۴ \\ ۲ & ۶ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} ۲- & ۳ \\ ۴ & ۲ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۴ & ۷ \\ ۶ & ۸ \end{bmatrix} = \sim ۲$$

$$\begin{bmatrix} ۳ & ۲ \\ ۱ & ۳ \end{bmatrix} = \sim$$

(ب)

$$\begin{bmatrix} ۰ & ۱ \\ ۴ & ۲ \end{bmatrix} \cdot \sim = \begin{bmatrix} ۰ & ۳ \\ ۳ & ۰ \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} ۲- & ۴ \\ ۱ & ۵ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} ۰ & ۱ \\ ۴ & ۲ \end{bmatrix} \cdot \sim = \begin{bmatrix} ۲- & ۱ \\ ۲- & ۵ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} ۰ & ۱ \\ \frac{۱}{۴} & \frac{۲-}{۴} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} ۰ & ۱ \\ ۴ & ۲ \end{bmatrix} \cdot \sim = \begin{bmatrix} ۰ & ۱ \\ \frac{۱}{۴} & \frac{۲-}{۴} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} ۲- & ۱ \\ ۲- & ۵ \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \frac{۱-}{۲} & ۲ \\ \frac{۱-}{۲} & ۶ \end{bmatrix} = \sim$$

$$(ج) \sim = \begin{bmatrix} ۸ \\ ۸ \end{bmatrix}$$

س٤: أكتب أنظمة المعادلات الآتية على شكل معادلات مصفوية:

$$\begin{bmatrix} ٠ \\ ٧ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س \\ ص \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} ٣- & ٢ \\ ٢ & ١ \end{bmatrix} \quad (أ)$$

$$\begin{bmatrix} ٢ \\ ٢ \\ ٠ \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س \\ ص \\ ع \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} ٣ & ٣- & ١ \\ ١- & ١ & ٤ \\ ١- & ١ & ٥ \end{bmatrix} \quad (ب)$$

س٥: $٢ = س٤ + ص٢$

$٨ = ص + س٥$

$$\begin{bmatrix} ٢ & ٤- \\ ٨ & ٥ \end{bmatrix} = م١, \quad \begin{bmatrix} ٢ & ٢ \\ ١ & ٨ \end{bmatrix} = م٢, \quad \begin{bmatrix} ٢ & ٤- \\ ١ & ٥ \end{bmatrix} = م٣$$

$$٤٢- = |م١|, \quad ١٤- = |م٢|, \quad ١٤- = |م٣|$$

$$٣ = \frac{٤٢-}{١٤-} = \frac{|م١|}{|م٢|} = ص, \quad ١ = \frac{١٤-}{١٤-} = \frac{|م٢|}{|م٢|} = س$$

وحسب طريقة كرامر

س٦: $٦ = (٣-٢) ٣ + (٣-٤) ٢ - (٢-٣) ١$

$٣ = ٢ - س٨ + ٦س٣ - ٦ = ٩ - س٥$ ومنها $٦ = ٩ - س٥$ ومنها $٣ = ٢ - س٨ + ٦س٣ - ٦$

$$س٧: ص = \frac{|م١|}{|م٢|} \quad \text{وبالتعويض} \quad \frac{١٤-}{|م٢|} = ٢ \quad \text{ومنها} \quad ٧- = |م٢|$$

$$٣ = \frac{٢١-}{٧-} = \frac{|م٢|}{|م٢|} = س$$

الوحدة الثانية

التفاضل

حلول تمارين ومسائل ١-٢

س١:

$$\begin{aligned} \Delta \text{س} &= \text{س}_٢ - \text{س}_١ = ٨,٣ - ٢ = ١,٨ \\ \Delta \text{ص} &= \text{ص}_٢ - \text{ص}_١ = (٢,٨) - (١,٨) = ١ \\ ٩ &= ٩ - ١٨ = (٢) - (٨,٣) \\ \Delta \text{س} &= \text{س}_٢ - \text{س}_١ = ٤ - ٦ = -٢ \\ \Delta \text{ص} &= \text{ص}_٢ - \text{ص}_١ = (٢) - (١,٨) = ٠,٢ \\ ٣٠ &= ١٩ - ١١ = (٤) - (٢) \end{aligned}$$

س٢:

$$\begin{aligned} \text{أ. متوسط التغير} &= \frac{\Delta \text{ص}}{\Delta \text{س}} = \frac{(٢,٨) - (١,٨)}{\text{س}_٢ - \text{س}_١} \\ &= \frac{١}{٣} = \frac{٢-١}{٣-١} = \frac{(٧) - (٤)}{٧-٤} \\ \text{ب. متوسط التغير} &= \frac{\Delta \text{ص}}{\Delta \text{س}} = \frac{(٢) - (٦)}{\text{س}_٢ - \text{س}_١} \\ &= \frac{٣-٣٥}{٤} = \frac{(٢) - (٦)}{٢-٦} \end{aligned}$$

س٣:

$$\begin{aligned} \text{أ. التغير في ص} &= \Delta \text{ص} = \text{ص}_٢ - \text{ص}_١ = (٢,٨) - (١,٨) \\ \frac{\Delta \text{ص}}{٣} &= \frac{\Delta \text{ص}}{١-٤} = \frac{\Delta \text{ص}}{\Delta \text{س}} = \frac{\Delta \text{ص}}{\text{س}_٢ - \text{س}_١} = ١٣ \\ \text{ومنها } \Delta \text{ص} &= ٣٩ \\ \Delta \text{ص} &= (٤) - (١) \\ ٤٥ &= ٦ + ٣٩ = (١) + \Delta \text{ص} = (٤) \end{aligned}$$

س٤:

$$\begin{aligned} \text{ميل القاطع أ ب} &= \frac{(٢,٨) - (١,٨)}{\text{س}_٢ - \text{س}_١} \\ ١ &= \frac{٥}{٥} = \frac{٥-١٠}{٢-٣} = \frac{(٢) - (٣)}{٢-٣} \end{aligned}$$

حلول تمارين ومسائل ٢-٢

س١:

$$\text{أ. } \frac{(٣) - (٣+٥)}{٥} = (٣) \quad \text{نهيا}$$

$$\frac{(7 - (3^-)^2) - 7 - (h + 3^-)^2}{h} \text{ نهـا} =$$

$$\frac{h^2}{h} \text{ نهـا} = \frac{1^2 + 7 - h^2 + 6^-}{h} \text{ نهـا} =$$

$$\frac{(2)^2 - (h + 2)^2}{h} \text{ نهـا} = (2)^< \text{ ب.}$$

$$\frac{(2 - 3) - (h + 2) - 3}{h} \text{ نهـا} =$$

$$\frac{h -}{h} \text{ نهـا} = \frac{1 - h - 1}{h} \text{ نهـا} =$$

$$\frac{(\frac{1}{2} -)^2 - (h + \frac{1}{2} -)^2}{h} \text{ نهـا} = (\frac{1}{2} -)^< \text{ ج.}$$

$$\frac{(\frac{1}{2} - \frac{1}{4}) - ((h + \frac{1}{2} -) +^2 (h + \frac{1}{2} -))}{h} \text{ نهـا} =$$

$$\frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{4} - h + \frac{1}{2} -^2 h + h - \frac{1}{4}}{h} \text{ نهـا} =$$

$$8 = (3)^< \text{ س ٢: أ.} \quad \frac{(3)^2 - (h + 3)^2}{h} \text{ نهـا} =$$

$$\frac{(3)^2 - (h + 3)^2}{h} \frac{1}{2} \text{ نهـا} = \frac{(3)^2 - (h + 3)^2}{h^2} \text{ نهـا} \text{ ب.}$$

$$8 \times \frac{1}{2} = (3)^< \frac{1}{2} =$$

$$\frac{(h + 3)^2 - (3)^2}{h} \text{ نهـا} \frac{(3)^2 - (h + 3)^2}{h} \text{ نهـا} \times 1^- = \text{ ج.}$$

$$\frac{(3)u - (h+3)u}{h} \text{ نـا } = (3) \text{ و } : \text{س ۳}$$

$$\frac{2}{(1+1)} = \frac{2}{2} = 1$$

$$\frac{\frac{2}{5} - \frac{7}{5}}{\frac{4}{5}} = \frac{\frac{\Delta}{5}}{\frac{\Delta}{5}} = 1 \quad \text{س ۴:}$$

$$\frac{h-\gamma}{\xi} \mathcal{L}_{\leftarrow h} = \frac{(h-\gamma)h}{h\xi} \mathcal{L}_{\leftarrow h} = \frac{h-\gamma}{h\xi} \mathcal{L}_{\leftarrow h} = \frac{\gamma}{\xi} =$$

$$\frac{ص(س) - (ص + ه)ه}{ه} نِه = (س)ه : س ه$$

$$= \frac{(1 + s^2) - (1 + h^2)(s + h)}{h} \cdot \frac{1}{h}$$

$$= \frac{s^2 + s^2 h + h^2 - s^2 - 1}{h} =$$

$$\frac{h(s+h)}{h} \underset{h \rightarrow 0}{=} \frac{s^2 + 2sh + h^2}{h} \underset{h \rightarrow 0}{=} \frac{s^2}{h} + 2s + h$$

$$= \text{نه} \text{اس} + \text{ه} \leftarrow$$

$$= 2s$$

حلول تمارين ومسائل ٢-٣

س ١: أجد $\frac{S_v}{S_s}$ الاقترانات الآتية:

أ. $\frac{S_v}{S_s} = \text{صفر}$ (ب) $\frac{S_v}{S_s} = 5$

ج. $ص + ۳س = ص$ ، $۵ + \frac{۶-}{۳س} = ۵ + ۳-س = \frac{ص}{ص}$ ، $۵ \neq ۰$

$$\frac{2}{\frac{1}{3} + 14s} = \frac{2}{\frac{1}{3}} + 14s = \frac{6}{s} + 14s = \frac{6 + 14s^2}{s} \quad \text{د.}$$

هـ. $\frac{ص}{س} = \frac{الأول}{س} \times مشتقة الثاني + \frac{الثاني}{س} \times مشتقة الأول$

$$\begin{aligned} 2 \times (3 - س^2) + (-3س^2) \times (5 + 2س) &= \\ 2 \times 3 - 2 \times س^2 - 3س^2 \times 5 - 3س^2 \times 2س &= \\ 6 - 2س^2 - 15س^2 - 6س^3 &= \\ 6 - 17س^2 - 6س^3 &= \end{aligned}$$

$$\frac{1 \times س - 1 \times (3 + س)}{2(3 + س)} = \frac{ص}{س} \quad \text{و.}$$

$$\frac{3}{2(3 + س)} = \frac{س - 3 + س}{2(3 + س)} =$$

$$\frac{3}{16} = \left| \frac{ص}{س} \right|_{س=1}$$

س٢: $١ - س^2 = (س)^\wedge$

$٥ = ١ - 3 \times 2 = (3)^\wedge$

س٣: $٣ + (س)^\wedge = (س)^\wedge$

$(س)^\wedge + (3 + س^2) =$

$(2)^\wedge + (3 + 2 \times 2) = (2)^\wedge$

$1 \times 3 + 7 =$

$10 =$

س٤: $\frac{4 \times (2 + س^3) - 3 \times (1 + س^4)}{2(1 + س^4)} = (س)^\wedge$

$$\frac{٥ -}{٨١} = \frac{32 - 27}{2(9)} = \frac{4 \times 8 - 3 \times 9}{2(9)} = (2)^\wedge$$

س٥: $(س)^\wedge + (3س^2 \times (س)^\wedge + (س)^\wedge \times 3س^2) = (س)^\wedge$

$(2)^\wedge + (12 \times (2)^\wedge + (2)^\wedge \times 8) = (2)^\wedge$

$7 + (60 + 24) = 7 + (12 \times 5 + 3 \times 8) =$

$43 =$

س٦:

أ. $٢س^6 - ٣س^٤ = (س)^\wedge$

$٢س^٢ - ٢س^٢ = (س)^\wedge$

$2 \times 12 - 4 \times 12 = (2)^\wedge$

$24 =$

ب. $\frac{1}{2} = (س)^\wedge$

$$\frac{\frac{3-}{2} \text{س} 1 -}{2} = \frac{1 -}{\frac{3}{\text{س} 2}} = \frac{3-}{2} \text{س} \frac{1-}{2} = (\text{س})^{\wedge} \text{هـ}$$

$$\frac{3}{\frac{5}{\text{س} 4}} = \frac{3-}{2} \text{س} \frac{3}{4} = (\text{س})^{\wedge} \text{هـ}$$

$$\frac{3}{4} = (\text{س})^{\wedge} \text{هـ}$$

$$\text{س} ٧: \text{و} (\text{س})^{\wedge} = 8 \text{س} ٢ + 3 \text{س} ٣ - 4$$

$$\text{و} (\text{س})^{\wedge} = 4 \text{س} ٢ + 6 \text{س}$$

$$\text{و} (\text{س})^{(3)} = 8 \text{س} ٤ + 6$$

$$\text{و} (\text{س})^{(4)} = 8 \text{س}$$

$$\text{و} (\text{س})^{(5)} = 0 \text{ ومنها } \text{و} (\text{س})^{(6)} = 0$$

حلول تمارين ومسائل ٢-٤

$$\text{س} ١: \text{ميل المماس} = \text{و} (\text{س})^{\wedge} = 2$$

$$\frac{1 \times (2 + \text{س} ٢) - \text{س} ٢ \times (3 + \text{س})}{\text{س} (3 + \text{س})} = \text{و} (\text{س})^{\wedge}$$

$$\text{و} (\text{س})^{\wedge} = \frac{1 \times (2 + 4) - 4 \times (3 + 2)}{\text{س} (3 + 2)} = \frac{6 - 4}{1} = 2$$

$$\text{ميل المماس عندما } (2 = \text{س}) = 2 = 10$$

$$\text{س} ٢: \text{معادلة المماس هي ص - ص} = 1 \text{ م} = (\text{س} - \text{س}) ١$$

$$\text{س} ١ = 0, \text{ ص} ١ = 1, \text{ م} = 0, \text{ و} (\text{س})^{\wedge} = 3 \text{س} ٢ + 4 \text{س} - 1$$

$$\text{و} (\text{س})^{\wedge} = 1 = 1 \text{ ومنها } 1 = 1$$

$$\text{معادلة العمودي على المماس: ص - ص} = 1 (1 - \text{س})$$

$$\text{ص - ص} = 1 - \text{صفر}$$

$$\text{س} ٣: \text{المماس أفقي تعني أن ميل المماس} = \text{صفر}, \text{ و} (\text{س})^{\wedge} = 2 \text{س} ٣ + 3 \text{س} - 8$$

$$\text{ومنها } \text{و} (\text{س})^{\wedge} = 0, \text{ و} (\text{س})^{\wedge} = 6 \text{س} ٢ + 8 \text{س} - 1$$

$$6 \text{س} ٢ + 8 \text{س} - 1 = 0 \text{ ومنها } 3 \text{س} ٢ + 4 \text{س} - 1 = 0$$

$$1 = \text{س} (3 \text{س} + 4) = 0 \text{ ومنها } \text{س} = \frac{4-}{3}, \text{ و} (\text{س})^{\wedge} = 1$$

$$\text{س} ٤: \text{معادلة المماس هي ص - ص} = 1 \text{ م} = (\text{س} - \text{س}) ١, (0, 7)$$

$$٣ = \frac{١}{\frac{١}{٣}} = \frac{١}{\frac{١}{٣}} = ٣$$

معادلة المماس: ص - ٧ = ٣ (س - ٠)
ص - ٣ = ٧ - ٠

س ٥: ميل المماس عندما (س = ١) = ١١ تعني أن (١) = ١١ ، لكن (س) = ١٢ + ٥
(١) = ١١ ومنها ١٢ + ٥ = ١١ ومنها ٣ = ١

حلول تمارين ومسائل ٢-٥

$$(١) \quad (٥٠هـ) (س) = (س) (هـ) (س) = (س) (هـ) (س)$$

$$\text{حيث } (س) = ٢س ، \quad (س) = ١$$

$$(٥٠هـ) (س) = (س) (١ + س) (س)$$

$$(٥٠هـ) (س) = (س) (١ + س) ١ = ١ \times (١ + س) ٢ = ٢س + ٢$$

$$(٢) \quad \frac{٤}{٢س} = \frac{٢ \times (١ - س) ٢}{٤} = ٢ - ٨س$$

$$(٣) \quad \frac{٤}{٢س} \times \frac{٢س}{٤} = \frac{٢س}{٤}$$

$$\text{حيث } \frac{٢س}{٤} = ٢ - ٤س ، \quad ٢ = \frac{٤}{٢س}$$

$$\frac{٢س}{٤} = ٢ - ٤س = ١٠ - (٣ + س) ٤ = ١٠ - ٤٤ = ٢ \times (٥ - ٤٢) = \frac{٢س}{٤}$$

$$(٤) \quad (س) (١ - س) ٣ = (س) (١ - س) ٣$$

$$(٢) (٢ - ٤) ٣ = (١ - ٤) ٣ \times ٣٢ = ٩٦$$

$$(٥) \quad (س) (١ + س) ٣ = (س) (١ + س) ٣$$

$$(١) (١ + ٣) ٣ = (١ + ٣) ٣ = ٦ \times ٢ = ١٢$$

$$(٦) \quad (٢) (٢) (٢) = (٢) (٢) (٢)$$

$$٦ = ٣ \times ٢ = ٣ \times (٤) = ١٢$$

$$(٥) \quad (٢) (٢) (٢) = (٢) (٢) (٢) = ٥ \times ١ = ٥$$

حلول تمارين ومسائل ٢ - ٦

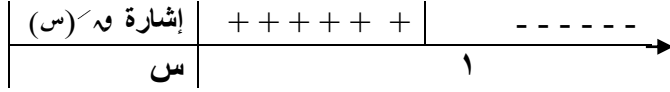
س ١:

$$٢س - ٤ = (س) (س) = ٢س$$

$$(س) (س) = ٤ - ٤س$$

$$(س) = ٠$$

$$٤ - ٤س = ٠ \text{ ومنها } س = ١$$



نلاحظ أن

إشارة ∇ (س) تغيرت من موجبة إلى سالبة حول (س = ١) $\Leftarrow$ ∇ (١) قيمة عظمى محلية
للاقتران ∇ (س) و ∇ (١) وتساوي ∇ (١) $٢ = ١ \times ٢ - ٤ = ٢$

$$\text{ب. } \nabla$$
 (س) = (س) (س^٢ - ١٢) = س^٣ - ١٢س

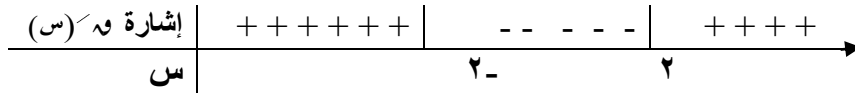
$$\nabla$$
 (س) = (س) (س^٣ - ١٢س^٢)

$$\nabla$$
 (س) = ٠

$$٠ = ١٢ - ٢س٣$$

$$٣(س - ٤) = ٠ \text{ ومنها } س = ٤$$

$$\nabla$$
 (س) = (س + ٢)(٢ - س) = ٠ ومنها س = ٢⁻، س = ٢



نلاحظ أن

إشارة ∇ (س) تغيرت من موجبة إلى سالبة حول (س = ٢⁻) $\Leftarrow$ ∇ (٢⁻) قيمة عظمى محلية
للاقتران ∇ (س) و ∇ (٢⁻) وتساوي ∇ (٢⁻) = ١٦.

إشارة ∇ (س) تغيرت من سالبة إلى موجبة حول (س = ٢) $\Leftarrow$ ∇ (٢) قيمة صغرى محلية

للاقتران ∇ (س) و ∇ (٢) وتساوي ∇ (٢) = ١٦⁻.

$$\text{ج. } \nabla$$
 (س) = (س) (س^٣ - ٢س + ١) = س^٣ - ٢س + س

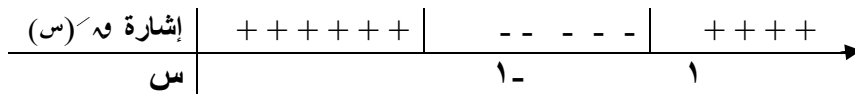
$$\nabla$$
 (س) = (س) (س^٣ - ٢س^٢)

$$\nabla$$
 (س) = ٠

$$٠ = ٣ - ٢س٣$$

$$٣(س - ١) = ٠ \text{ ومنها } س = ١$$

$$\nabla$$
 (س) = (س + ١)(١ - س) = ٠ ومنها س = ١⁻، س = ١



نلاحظ أن

إشارة ∇ (س) تغيرت من موجبة إلى سالبة حول (س = ١⁻) $\Leftarrow$ ∇ (١⁻) قيمة عظمى محلية

للاقتران ∇ (س) و ∇ (١⁻) وتساوي ∇ (١⁻) = ٤.

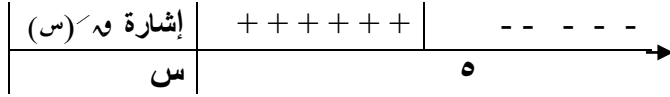
إشارة $\neg$ (س) تغيرت من سالبة إلى موجبة حول (س = 1) $\Leftarrow$ $\neg$ (1) قيمة صغرى محلية
للاقتران $\neg$ (س) وتساوي $\neg$ (1) = 0

د. $\neg$ (س) = -س² + 10س + 5 ، س $\exists$ ح

$$\neg$$
 (س) = -س² + 10س + 5

$$\neg$$
 (س) = 0

$$-س^2 + 10س + 5 = 0 \quad \text{ومنها} \quad س = 5$$



نلاحظ أن إشارة $\neg$ (س)

تغيرت من موجبة إلى سالبة

حول (س = 5) $\Leftarrow$ $\neg$ (5) قيمة عظمى محلية للاقتران $\neg$ (س) وتساوي $\neg$ (5) = 30

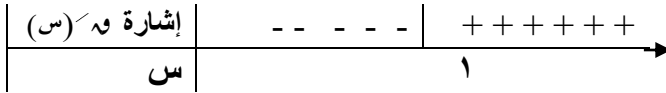
س 2: عين القيم القصوى المحلية للاقتران $\neg$ (س) = -س² + 10س + 5 .

$$\neg$$
 (س) = -س² + 10س + 5

$$\neg$$
 (س) = 0

$$-س^2 + 10س + 5 = 0$$

$$س = 1$$



نلاحظ أن إشارة $\neg$ (س) تغيرت من

سالبة إلى موجبة حول (س = 1) $\Leftarrow$ $\neg$ (1) قيمة صغرى محلية للاقتران $\neg$ (س) وتساوي $\neg$ (1) = 0

س 3: $\neg$ (2) قيمة عظمى محلية $\Leftarrow$ $\neg$ (2) = 0

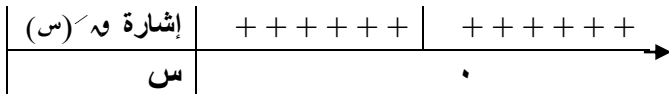
$$\neg$$
 (س) = -س² + 10س + 5

$$\neg$$
 (س) = 0 $\Leftarrow$ -س² + 10س + 5 = 0 ومنها ب = 4

س 4: $\neg$ (س) = 3س²

$$\neg$$
 (س) = 0

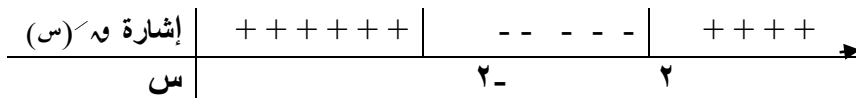
$$3س^2 = 0 \quad \text{ومنها} \quad س = 0$$



نلاحظ أن إشارة $\neg$ (س) لم تتغير حول (س = 0) ، $\neg$ (0) ليست قيمة قصوى، ومنها

$\neg$ (س) ليس له أي قيم قصوى.

س 5:



نلاحظ أن

إشارة $\searrow$ (س) تغيرت من موجبة إلى سالبة حول (س=٢) $\Leftarrow$ عند (س=٢-) يوجد قيمة عظمى محلية.

إشارة $\searrow$ (س) تغيرت من سالبة إلى موجبة حول (س=٢) $\Leftarrow$ عند (س=٢) يوجد قيمة صغرى محلية.

حلول تمارين عامة ٢ - ٧

س١:

الفقرة	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الإجابة	أ	ب	ج	ب	د	أ	د	ج	ب	ج

$$\text{س٢: متوسط التغير} = \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} = 10$$

$$30 = f(2) - f(0)$$

$$f(2) - f(0) = 30 \text{ ومنها } f(2) = 30$$

$$\text{س٣: متوسط التغير} = \frac{f(2) - f(1)}{2 - 1} = 6$$

$$f(2) - f(1) = 6$$

$$12 - 16 = 7 - 3 + 2f$$

$$0 = 8 + 16 - 2f$$

$$0 = (2-1)(4-1) \text{ ومنها } 4=1, \text{ لكن } 2 \text{ مرفوضة، ومنها } 4=1$$

$$\text{س٤: } f(3) = \frac{f(3) - f(2)}{3 - 2} = 3$$

$$\frac{10 - 1 + 2h + 6 + 9}{h} = \frac{10 - 1 + 2(h+3)}{h} = \frac{10 - 1 + 2h + 6 + 9}{h}$$

$$6 = h + 6 = \frac{(h+6)h}{h} = \frac{2h + 6}{h}$$

$$\text{س٥: } f(2) = \frac{f(2) - f(1)}{2 - 1} = 2$$

$$f(2) = (2+2) \times 3 + 3 \times (2+2) = 24$$

$$58 = f(2) = 4 \times 10 + 3 \times 6$$

$$\text{نها} = \frac{5(2) - (5+2)5}{5} \leftarrow 5$$

$$\text{س}^6: \text{س}^2 \times (\text{س})^9 + (\text{س})^7 \times \text{س}^2 = (\text{س})^7$$

$$33 = 6 \times 2^- + 5 \times 9 = 6 \times (3)^9 + (3)^7 \times 9 = (3)^7$$

$$\text{س}^7: \text{معادلة العمودي هي } \text{ص} - \text{ص} = \text{ع}^2 (\text{س} - \text{س}^1)$$

$$\text{س} = 1, \text{ع} = \text{ص} = (1)^9 = 3, \text{ع}^2 = \frac{1}{3} \text{ لكن } \text{ع}^2 = (1)^7$$

$$\text{ع}^2 (\text{س}) = 3 \times \text{س}^2 + 1 \times \text{س} = 1 \times 3 = (1)^7 \text{ ومنها } \text{ع}^2 = \frac{1}{3}$$

$$\text{معادلة العمودي: } \text{ص} - 3 = \frac{1}{3} (\text{س} - 1)$$

$$0 = 4 \times \text{س} + 1 \times \text{ص}$$

$$\text{س}^8: \text{ميل المماس } \text{ع} = \text{ع}^2 (\text{س})^7$$

$$3 + 2 \times \text{س} = \text{ع}^2 (\text{س})^7$$

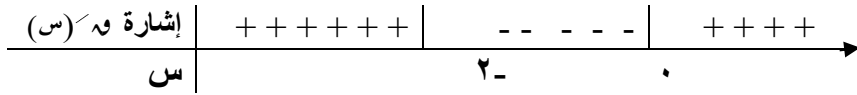
$$\text{ع}^2 (\text{س})^7 = 3 + 2 \times \text{س} = 4 \text{ ومنها قيمة الثابت } \frac{1}{2} = 1$$

$$\text{س}^9: \text{ع}^2 (\text{س})^7 = 3 \times \text{س}^2 + 6 \times \text{س}$$

$$0 = \text{ع}^2 (\text{س})^7$$

$$0 = 3 \times \text{س}^2 + 6 \times \text{س}$$

$$3 \times \text{س}^2 (\text{س} + 2) = 0, \text{ع} = \text{س} = 0, \text{ع}^2 = 2^-$$



نلاحظ أن

إشارة ع² (س) تغيرت من موجبة إلى سالبة حول (س = 2-) ⇐ ع² (2-) قيمة عظمى محلية

وتساوي 11.

إشارة ع² (س) تغيرت من سالبة إلى موجبة حول (س = 0) ⇐ ع² (0) قيمة صغرى محلية

وتساوي 7.

الوحدة الثالثة

الإحصاء والاحتمال

س١:

$$55 = \frac{275}{5} = \frac{55 + 70 + 60 + 50 + 40}{5} = \frac{\sum_{i=1}^5 s_i}{n} = \mu$$

$$10 = \sqrt{\frac{500}{5}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^5 (s_i - \mu)^2}{n}} = \sigma$$

$\frac{\mu - s}{\sigma} = \varepsilon$	$(s - \mu)^2$	$s - \mu$	s
$1,5 - = \frac{15 -}{10}$	225	15 -	40
$,5 - = \frac{5 -}{10}$	25	5 -	50
$,5 = \frac{5}{10}$	25	5	60
$1,5 = \frac{15}{10}$	225	15	70
$,0 = \frac{0}{10}$		0	55
	500		المجموع

س٢:

$$3 = \frac{3}{1} = \frac{69 - 72}{1} = \varepsilon \quad \text{اللغة العربية}$$

$$\frac{1}{4} = \frac{68 - 69}{4} = \varepsilon \quad \text{المحاسبة}$$

$$2 - = \frac{4 -}{2} = \frac{79 - 75}{2} = \varepsilon \quad \text{الرياضيات}$$

تحصيل علي كان أفضل في اللغة العربية .

$$3 = \sigma , 17 = \mu \quad \text{س٣:}$$

$$\frac{17 - \sigma}{3} = 2 \Leftarrow \frac{\mu - \sigma}{\sigma} = \varepsilon$$

$$17 - \sigma = 6$$

$$23 = \sigma$$

$$\frac{17 - \sigma}{3} = 1,8 - \Leftarrow \frac{\mu - \sigma}{\sigma} = \varepsilon$$

$$17 - \sigma = 5,4 -$$

$$11,6 = \sigma$$

س ٤ :

$$0 = 0,5 - + 0 + 1,5 - + 2,0 + 0,5$$

$$1,5 = 2,0 \Leftarrow 0 = 1,5 - + 2,0$$

$$3 = \frac{1,5}{0,5} = 3 \Leftarrow$$

$$1 = \sigma$$

بحساب الانحراف المعياري للعلامات المعيارية سنجد بأن

س ٥ :

$$\frac{\mu - \sigma}{\sigma} = \varepsilon$$

$$(1) \dots \mu - \varepsilon \varepsilon = \sigma 2 - \Leftarrow \frac{\mu - \varepsilon \varepsilon}{\sigma} = 2 -$$

$$\frac{\mu - \sigma}{\sigma} = \varepsilon$$

$$(2) \dots \mu - \varepsilon \varepsilon = \sigma 3 \Leftarrow \frac{\mu - \varepsilon \varepsilon}{\sigma} = 3$$

$$\mu - \varepsilon \varepsilon = \sigma 2 -$$

$$\mu - \varepsilon \varepsilon = 16 -$$

$$16 + \varepsilon \varepsilon = \mu$$

$$60 =$$

$$\mu - \varepsilon \varepsilon = \sigma 2 -$$

$$\mu - \varepsilon \varepsilon = \sigma 3$$

$$\varepsilon 0 - = \sigma 0 -$$

$$8 = \sigma \Leftarrow$$

س ٦ :

$$\frac{\mu - 80}{\sigma} = z_{\alpha/2}$$

$$(1) \dots \mu - 80 = \sigma \Leftrightarrow \frac{\mu - 80}{\sigma} = 1$$

$$\frac{\mu - 80}{\sigma} = z_{\alpha/2}$$

$$(2) \dots \mu - 70 = \sigma \Leftrightarrow \frac{\mu - 70}{\sigma} = 2$$

$$\begin{aligned} \mu - 80 &= \sigma \\ \mu \pm 70 &= \sigma \pm \sigma \\ 10 &= \sigma \\ 0 &= \sigma \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mu - 80 &= \sigma \\ \mu - 80 &= 0 \\ \mu &= 80 - 0 \\ \mu &= 80 \end{aligned}$$

$$\frac{80 - 70}{0} = z_{\alpha/2} \therefore$$

$$1 = \frac{0}{0} =$$

حلول تمارين ومسائل ٣ - ٢

- س١: أ) المساحة تحت $(z = 1,38)$ $= 0,9162$
 ب) المساحة فوق $(z = 0,9)$ $= 1 -$ المساحة تحت $(z = 0,9)$ $= 0,8159 - 1 = 0,1841$
 ج) المساحة بين $(z = 0,5)$ و $(z = -0,5)$ = المساحة تحت $(z = 0,5)$ - المساحة تحت $(z = -0,5)$

$$0,8664 = 0,668 - 0,9332 =$$

س٢:

- أ) المساحة تحت $z = 0,8554$ بالرجوع إلى جدول التوزيع الطبيعي المعياري نجد $z = 0,6$
 ب) المساحة تحت $z = 1 - 0,7734 = 0,2266$ ومن الجدول $z = -0,75$.

(ج) بما أن المساحة بين (-ع و ع) = ٠,٦٠
 فإن المساحة تحت (-ع) + المساحة فوق (ع) = ٠,٦ - ١ = ٠,٤
 ومنها المساحة تحت (-ع) = $\frac{٠,٤}{٢} = ٠,٢$ والمساحة تحت ع = ٠,٦ + ٠,٢ = ٠,٨
 من الجدول نجد ع = تقريباً ٠,٨٤

س٣:

$$\begin{aligned} \text{ع} = \frac{١٥٠ - ١٦٥}{١٠} = \frac{١٥ - ١٦٥}{١٠} = ١,٥ \\ \text{ع} = \frac{١٥ - ١٨٠}{١٠} = \frac{١٦٥ - ١٨٠}{١٠} = ١,٥ \\ \text{نسبة الطلبة} = \text{المساحة بين } (-١,٥ \text{ و } ١,٥) = ٠,٩٣٣٢ - ٠,٠٦٦٨ = ٠,٨٦٦٤ \\ \text{ومنها عدد الطلبة} = ٠,٨٦٦٤ \times ٥٠٠ = ٤٣٣ \end{aligned}$$

س٤:

$$\begin{aligned} \mu = ١٢, \sigma = ٢ \\ \text{عدد أيام السنة} = ٣٦٥ \\ \text{أ) } \text{ع} = \frac{١٢ - ١٧}{٢} = ٢,٥ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{نسبة المساحة فوق } (-٢,٥) = ١ - \text{المساحة تحت } (-٢,٥) = ٠,٠٦٢ \\ \text{عدد الأيام} = ٣٦٥ \times ٠,٠٦٢ = ٢ \text{ يوم تقريباً.} \\ \text{ب) } \text{ع} = \frac{١٢ - ٩}{٢} = ١,٥, \text{ ع} = \frac{١٢ - ١٣}{٢} = ٠,٥ \\ \text{المساحة بين } (-١,٥ \text{ و } ١,٥) = ٠,٦٩١٥ - ٠,٠٦٦٨ = ٠,٦٢٤٧ \\ \text{عدد الأيام} = ٣٦٥ \times ٠,٦٢٤٧ = ٢٢٨ \text{ يوماً} \end{aligned}$$

س٥:

$$\text{أ) } \text{ع} = \frac{٧٢ - ٧٨}{٨} = ٠,٧٥, \text{ ع} = \frac{٧٢ - ٦٢}{٨} = ١,٢٥$$

$$\begin{aligned} \text{نسبة الطلبة} = \text{المساحة بين } (-٠,٧٥ \text{ و } ١,٢٥) = ٠,٧٧٣٤ - ٠,١٠٥٦ = ٠,٦٦٧٨ \\ \text{المساحة تحت } (-٠,٧٥) - \text{المساحة تحت } (-١,٢٥) = ٠,٦٦٧٨ \\ \text{ومنها النسبة المئوية للطلبة} = ٠,٦٦٧٨ \times ١٠٠ = ٦٦,٧٨\% \\ \text{ب) نسبة الطلبة الراشدين} = \text{المساحة تحت } (-٠,٦٠) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ع} \quad 1,5 - &= \frac{12 - 72 - 60}{8} = \frac{72 - 60}{8} = 1,5 \\ \text{نسبة الطلبة الراشدين} &= \text{المساحة تحت (ع} = 1,5) = 0,668 \\ \text{عدد الطلبة الراشدين} &= 600 \times 0,668 = 400 \end{aligned}$$

س٦:

$$\text{ع} \quad 1 - = \frac{20 - 700 - 680}{20} = \frac{700 - 680}{20} = 1, \quad \text{ع} \quad 2 = \frac{40}{20} = \frac{700 - 740}{20} = 1,5$$

المساحة بين (ع = ٢) و (ع = ١) = المساحة تحت (ع = ٢) - المساحة تحت (ع = ١)
 $0,8185 = 0,1587 - 0,9772 =$
 عدد الموظفين $819 = 1000 \times 0,8185 =$ موظفًا.

حلول تمارين ومسائل ٣ - ٣

س١:

١٠	٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١	الفقرة
أ	د	أ	ب	ب	أ	ب	د	ج	ج	الإجابة

س٢:

$$\begin{aligned} \frac{\mu - \sigma}{\sigma} &= 1,5 \quad \text{ع} \\ (1) \dots \mu - 71 &= \sigma, 5 \leftarrow \frac{\mu - 71}{\sigma} = 0,5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\mu - \sigma}{\sigma} &= 0,3 \quad \text{ع} \\ (2) \dots \mu - 53 &= \sigma - \leftarrow \frac{\mu - 53}{\sigma} = 1 - \end{aligned}$$

بحل المعادلتين ينتج أن:

$$\begin{aligned} \mu - 71 &= \sigma, 5 \\ \mu \pm 53 - &= \sigma \pm \\ 18 &= \sigma, 5 \\ 12 &= \sigma \leftarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mu - 71 &= \sigma, 5 \\ \mu - 71 &= 6 \\ 6 - 71 &= \mu \\ 65 &= \end{aligned}$$

$$\text{س ٣: أ) } ١ = \frac{١,٠١ - ١,٠٣}{٠,٠٢} = ١,٠٣ \text{ ع}$$

نسبة الأكياس = المساحة تحت (ع = ١) = ٠,٨٤١٣

$$\text{ب) } ١ = \frac{١,٠١ - ١}{٠,٠٢} = ١,٠٥ \text{ ع ، } ٢ = \frac{١,٠١ - ١,٠٥}{٠,٠٢} = ١,٠٥ \text{ ع}$$

نسبة الأكياس = المساحة بين (ع = ٠,٥ - و ع = ٢)

= المساحة تحت (ع = ٢) - المساحة تحت (ع = ٠,٥)

$$= ٠,٩٧٧٢ - ٠,٣٠٨٥ = ٠,٦٦٨٧$$

س ٤:

$$\text{أ) } ١ = \frac{١٠٠٠٠٠ - ١١٠٠٠٠}{١٠٠٠٠} = ١,١٠٠٠٠ \text{ ع ، } ١ - = \frac{١٠٠٠٠٠ - ٩٠٠٠٠٠}{١٠٠٠٠}$$

نسبة البطاريات المطلوبة = المساحة بين (ع = ١) و (ع = ١ -)

= المساحة تحت (ع = ١) - المساحة تحت (ع = ١ -)

$$= ٠,٨٤١٣ - ٠,١٥٨٧ = ٠,٦٨٢٦$$

عدد البطاريات = ٠,٦٨٢٦ × ٢٠٠٠٠ = ١٣٦٥٢ بطارية

$$\text{ب) } ٢ = \frac{١٠٠٠٠٠ - ١٢٠٠٠٠}{١٠٠٠٠} = ١,٢٠٠٠٠ \text{ ع}$$

نسبة البطاريات = المساحة فوق (ع = ٢)

$$= ٠,٩٧٧٢ - ١ = ٠,٠٢٢٨$$

عدد البطاريات = ٠,٠٢٢٨ × ٢٠٠٠٠ = ٤٥٦

ج)

$$\text{ع } ١ = \frac{١٠٠٠٠٠ - ١١٠٠٠٠}{١٠٠٠٠} = ١,١٠٠٠٠ \text{ ع ، } ٢ - = \frac{١٠٠٠٠٠ - ٨٠٠٠٠٠}{١٠٠٠٠} = ٠,٢٠٠٠٠ \text{ ع}$$

نسبة البطاريات = المساحة تحت (ع = ١) - المساحة تحت (ع = ٢ -)

$$= ٠,٨٤١٣ - ٠,٠٢٢٨ = ٠,٨١٨٥$$

النسبة المئوية = ٠,٨١٨٥ × ١٠٠ = ٨١,٨٥%

$$\text{س ٥: أ) } ٢ = \frac{٤٠ - ٥٠}{٥} = ٥,٠ \text{ ع}$$

نسبة الأعضاء = المساحة فوق (ع = ٢)

$$= ١ - المساحة تحت (ع = ٢) = ٠,٩٧٧٢ - ١ = ٠,٠٢٢٨$$

عدد الأعضاء = ٠,٠٢٢٨ × ٤٠ = ٩

$$\text{ب) } ١ = \frac{٥}{٥} = \frac{٤٠ - ٤٥}{٥} = ١,٠ \text{ ع ، } ١ - = \frac{٥ - ٤٠}{٥} = \frac{٤٠ - ٣٥}{٥} = ١,٠ \text{ ع}$$

نسبة الأعضاء = المساحة بين (ع = ١) و (ع = ١) =
 = المساحة تحت (ع = ١) - المساحة تحت (ع = ١) =
 = ١٥٨٧ - ٨٤١٣ = ٦٨٢٦
 عدد الأعضاء = ٦٨٢٦ × ٤٠ = ٢٧٣ عضواً .

الوحدة الرابعة

التكامل

حلول تمارين ومسائل ٤ - ١

س ۱:

المشتقة من (س)	الاقتران الأصلي من (س) + ج
١. س^3	$\text{س}^4 + \text{ج}$
٢. $\text{س}^3 + \text{س}^2 + ٢$	$\text{س}^4 + \text{س}^3 + ٢\text{س}^2 + \text{ج}$
٣. $٢\text{س} + ١$	$\text{س}^2 + \text{س} + \text{ج}$
٤. $\text{س}^3 + ٣$	$\text{س}^4 + \text{س}^3 + ٣\text{س}^2 + ٤\text{س} + ٣$

س ۲:

العبارة	أ	ب	ج	د	هـ	و
الإجابة	X	✓	X	✓	X	✓

$$s_3 : (s)^{\vee} = \frac{s^2 + s^3}{s + 1}.$$

حلول تمارين ومسائل ٤ - ٢

س ۱:

$$\text{أ. } \frac{2}{3} \text{س} + \text{ج} = \frac{2}{3} \text{س} \text{ج} \quad \text{ب. } \pi \text{ع} + \text{ج} = \pi \text{ع} \text{س}$$

$$ج. 1 - \sqrt{5} \sqrt{5} = \frac{-\sqrt{5} \sqrt{5}}{2} + 1$$

$${}_٢ج+{}_٣ج+{}_٣س٢ = {}_٣س٣[+{}_٣س٢] = {}_٣س(٣+{}_٢س٢) .$$

$$ج + س^۳ + \frac{س^۲}{۳} =$$

$$s\gamma \left[+s^2 s^2 - s^3 s^7 \right] = s\gamma \left(1 + \frac{2}{s} - s^3 s^7 \right) \quad .5$$

$$\text{ج} + \text{س} + \frac{۲}{\text{س}} + \frac{۷\text{س}^۴}{۴} = \text{ج} + \text{س} + \frac{۲\text{س}^۱-}{۱-} - \frac{۷\text{س}^۴}{۴} =$$

و. $ك = ك^2 س = ك^2 س + ج$

$$س^۲: \left[۵ - \frac{ص^۲}{۲} + \frac{ص^۳}{۳} \right] = ۵(۳ + ص)(۵ - ص) = ۵(۱۵ - ۳ص + ۵ص - ۳ص^۲) = ۷۵ - ۱۵ص + ۲۵ص - ۱۵ص^۲$$

$$f(s) = \int_{-2}^2 (s+2) ds = \left[s^2 + 2s \right]_{-2}^2 = 8 - 4 = 4$$

$$f(s) = \int_{-2}^2 (s+2) ds = \left[s^2 + 2s \right]_{-2}^2 = 8 - 4 = 4$$

لكن $f(0) = 4$ لأن ميل المماس عند النقطة $(0, 4)$ يساوي 4 ومنها $J = 4$

$$f(s) = \int_{-2}^2 (s+2) ds = \left[s^2 + 2s \right]_{-2}^2 = 8 - 4 = 4$$

$$f(s) = \int_{-2}^2 (s+2) ds = \left[s^2 + 2s \right]_{-2}^2 = 8 - 4 = 4$$

لكن $f(0) = 3$ لأن منحنى $f(s)$ يمر بالنقطة $(0, 3)$ ومنها $J = 3$

$$f(s) = \int_{-2}^2 (s+2) ds = \left[s^2 + 2s \right]_{-2}^2 = 8 - 4 = 4$$

حلول تمارين ومسائل 4 - 4

س 1: أحسب قيمة كل من التكاملات الآتية:

$$a. \int_{-1}^2 \pi x^2 dx = \left[\frac{\pi x^3}{3} \right]_{-1}^2 = \frac{\pi}{3} (8 - (-1)) = \frac{9\pi}{3} = 3\pi$$

$$b. \int_0^2 (5s^3 - s^2) ds = \left[\frac{5s^4}{4} - \frac{s^3}{3} \right]_0^2 = \left(\frac{5 \times 16}{4} - \frac{8}{3} \right) - 0 = 20 - \frac{8}{3} = \frac{52}{3}$$

$$c. \int_1^2 \left(\frac{1}{s} - \frac{1}{s^2} \right) ds = \left[\ln s + \frac{1}{s} \right]_1^2 = \left(\ln 2 + \frac{1}{2} \right) - \left(\ln 1 + 1 \right) = \ln 2 - \frac{1}{2}$$

$$\int_1^2 \left(\frac{1}{s^2} + \frac{1}{s} \right) ds = \left[-\frac{1}{s} + \ln s \right]_1^2 = \left(-\frac{1}{2} + \ln 2 \right) - \left(-1 + \ln 1 \right) = -\frac{1}{2} + \ln 2 + 1 = \frac{1}{2} + \ln 2$$

$$\frac{2}{9} = \frac{1}{2} + \frac{5}{18} = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{1} \right) - \left(\frac{1}{18} + \frac{1}{3} \right) =$$

$$d. \int_1^8 \frac{s^{\frac{4}{3}}}{4} ds = \left[\frac{3}{4} \cdot \frac{s^{\frac{4}{3}+1}}{\frac{4}{3}+1} \right]_1^8 = \left[\frac{9}{16} s^{\frac{7}{3}} \right]_1^8 = \frac{9}{16} (8^{\frac{7}{3}} - 1) = \frac{9}{16} (128 - 1) = \frac{9 \times 127}{16}$$

$$\frac{45}{4} = \left(\frac{1 \times 3}{4} \right) - \left(\frac{16 \times 3}{4} \right) = \left[\frac{3}{4} s^3 \right]_1^{16} = \frac{3}{4} (16^3 - 1) = \frac{3}{4} (4096 - 1) = \frac{3 \times 4095}{4}$$

$$س 2: \int_2^3 s^2 ds = \left[\frac{s^3}{3} \right]_2^3 = \frac{27}{3} - \frac{8}{3} = \frac{19}{3}$$

$$س 2: \int_2^3 s^2 ds = \left[\frac{s^3}{3} \right]_2^3 = \frac{27}{3} - \frac{8}{3} = \frac{19}{3}$$

، فإن:

$$A_2 = \{s \in S : s \in A_1\} \quad A_3 = \{s \in S : s \in A_2\}$$

$$-1 - \int_0^1 \omega(s) \mathcal{I}_s^- = \mathcal{I}_0^- \omega(s) \mathcal{I}_s^-$$

لكن $\left[\nu(s) \right] = \frac{4}{2} = 2$ ومنها

$$٦^- = ٢ \times ٣^- = ٥(س) \text{ و } ٣^- = ١ - ٣(س)$$

$$\int_{-1}^2 \psi(s) \, ds + \int_2^5 \psi(s) \, ds = \int_{-1}^5 \psi(s) \, ds \quad \text{ب-}$$

لكن $\int_0^2 u(s) \mathcal{L}(s) ds = 2$ ، $\int_0^2 u(s) \mathcal{L}(s) ds = 2$ ، $\int_0^2 u(s) \mathcal{L}(s) ds = 2$

$$o^- = r^- + s^- = \int_{r^-}^o f(s) ds + \int_{s^-}^o f(s) ds = \int_{r^-}^o f(s) ds$$

ومن ذلك

$$\int_1^2 s \, ds + \int_1^2 (s) 3s \, ds = \int_1^2 (s + (s) 3s) \, ds \quad \text{ج-}$$

$$\int_1^2 \left(\frac{s}{2} \right) + 3^{-} \times 3 = \int_1^2 s \, ds + s(2) \Big|_1^2 =$$

$$\frac{10^-}{2} = \left(\frac{1}{2}\right) - (2) + 9^- =$$

$$س٤: \quad]٣(ه(س) - ٣(س)ه(س) =]٣(ه(س) - ٣(س)ه(س)$$

$$\mathfrak{z}^- = \frac{1}{2^-} = \mathfrak{z}^-(s) \mathfrak{h}_2^3, \quad \mathfrak{z} = \frac{1}{3} = \mathfrak{z}^-(s) \mathfrak{h}_2^3 \quad \text{لكن}$$

$$27^- = 4 \times 3 - 3^- \times 5 =$$

$$\text{ومن ذلك} \quad \left[\begin{matrix} 3 \\ 5 \end{matrix} \right] (3 - (3)5) = 27^-$$

$$\text{س ٥:} \quad \left[\begin{matrix} 1 \\ 1 \end{matrix} \right] (5 + 2) = 7^-$$

$$0 = (5 + 1) - (15 + 2) = \left[\begin{matrix} 1 \\ 1 \end{matrix} \right] (5 + 2)$$

$$15 + 2 = 17^- \text{ ومنها } 0 = (1 - 1)(6 + 1) \text{ ومنها } 6 - 1 = 5^- , 1 = 1^-$$

حلول تمارين ومسائل ٤-٦

س ١:

$$\left[\begin{matrix} 3 \\ 2 \end{matrix} \right] (3 - 2) = 3^-$$

$$\text{نفرض } 3 - 2 = 1^- , \quad 3^- = \frac{3^-}{3^-} , \quad 3^- = \frac{3^-}{3^-}$$

$$\left[\begin{matrix} 3 \\ 3^- \end{matrix} \right] 1^- = \text{نعوض في التكامل}$$

$$= \left[\begin{matrix} 1^- \\ 3^- \end{matrix} \right] 3^- = \frac{1^-}{3^-} \times \frac{3^-}{4} = \frac{1^-}{4} = \frac{1^-}{4} = \frac{1^-}{4}$$

س ٢:

$$\left[\begin{matrix} 3 \\ 1 \end{matrix} \right] (1 - 3) = 3^-$$

$$\text{نفرض } 1 - 3 = -2^-$$

$$1 = \frac{1^-}{1^-} , \quad 1 = \frac{1^-}{1^-}$$

$$\left[\begin{matrix} 3 \\ 1 \end{matrix} \right] 3^- = \frac{3^-}{4} = \frac{3^-}{4} = \frac{3^-}{4}$$

$$= \frac{3^-}{4} = \frac{3^-}{4} = \frac{3^-}{4}$$

س ٣:

$$\left[\begin{matrix} 1 \\ 1 \end{matrix} \right] (1 + 1) = 2^-$$

$$\text{نفرض } 1 + 1 = 2^- , \quad 1 = \frac{1^-}{1^-} , \quad 1 = \frac{1^-}{1^-}$$

$$\text{نعوض في التكامل} \quad \left[\frac{1}{15} \left(\frac{1}{2} \right) \right] = \frac{1}{15} \left(\frac{1}{2} \right) + \frac{1}{15} \left(\frac{1}{2} \right) =$$

س٤:

$$\left[\frac{1}{15} \left(\frac{1}{2} \right) \right] = \frac{1}{15} \left(\frac{1}{2} \right) + \frac{1}{15} \left(\frac{1}{2} \right) =$$

$$\text{س٥:} \quad \left[\frac{1}{15} \left(\frac{1}{2} \right) \right] = \frac{1}{15} \left(\frac{1}{2} \right) + \frac{1}{15} \left(\frac{1}{2} \right) =$$

$$\text{نجد التكامل غير المحدود} \quad \left[\frac{1}{15} \left(\frac{1}{2} \right) \right] = \frac{1}{15} \left(\frac{1}{2} \right) + \frac{1}{15} \left(\frac{1}{2} \right) =$$

$$\text{نفرض} \quad \frac{1}{15} \left(\frac{1}{2} \right) = \frac{1}{15} \left(\frac{1}{2} \right) + \frac{1}{15} \left(\frac{1}{2} \right) =$$

$$\text{نعوض في التكامل} \quad \left[\frac{1}{15} \left(\frac{1}{2} \right) \right] = \frac{1}{15} \left(\frac{1}{2} \right) + \frac{1}{15} \left(\frac{1}{2} \right) =$$

$$\frac{1}{15} \left(\frac{1}{2} \right) = \frac{1}{15} \left(\frac{1}{2} \right) + \frac{1}{15} \left(\frac{1}{2} \right) =$$

$$\frac{1}{15} \left(\frac{1}{2} \right) = \frac{1}{15} \left(\frac{1}{2} \right) + \frac{1}{15} \left(\frac{1}{2} \right) =$$

$$\frac{1}{15} \left(\frac{1}{2} \right) = \frac{1}{15} \left(\frac{1}{2} \right) + \frac{1}{15} \left(\frac{1}{2} \right) =$$

$$\text{س٦:} \quad \left[\frac{1}{15} \left(\frac{1}{2} \right) \right] = \frac{1}{15} \left(\frac{1}{2} \right) + \frac{1}{15} \left(\frac{1}{2} \right) =$$

$$\text{نجد التكامل غير المحدود} \quad \left[\frac{1}{15} \left(\frac{1}{2} \right) \right] = \frac{1}{15} \left(\frac{1}{2} \right) + \frac{1}{15} \left(\frac{1}{2} \right) =$$

$$\text{نفرض } ص = س^2 - ٥س + ٧ ، \frac{ص}{س} = س^2 - ٥س + ٧ ، \frac{ص}{(٥-س^2)} = س$$

$$\text{نعوض في التكامل} \int (س^2 - ٥س + ٧) (٥-س^2)^{-٢} دس$$

$$\int (س^2 - ٥س + ٧) (٥-س^2)^{-٢} دس = \int \frac{ص}{(٥-س^2)^2} دس = \int \frac{ص}{(٧-س^2-٥س+س^2)^2} دس =$$

$$\int \frac{ص}{(٧-س^2-٥س+س^2)^2} دس = \int \frac{ص}{(٧-س^2-٥س+س^2)^2} دس$$

$$\frac{٤-}{٢١} = \frac{٣+٧-}{٢١} = \frac{١}{٧} + \frac{١-}{٣} = ، (٧) + (٧+٥-١) =$$

$$\int \frac{١}{(١-س^٣)} دس = \int \frac{١}{(١-س^٣)} دس$$

$$\text{نفرض } ص = س^٣ - ١ ، \frac{ص}{س} = س^٢ - \frac{١}{س} ، \frac{ص}{٣} = س$$

$$\text{نعوض في التكامل} \int \frac{ص}{٣} (١-س^٣)^{-١} دس = \int \frac{ص}{٣} (١-س^٣)^{-١} دس$$

$$\int \frac{ص}{٣} (١-س^٣)^{-١} دس = \int \frac{ص}{٣} (١-س^٣)^{-١} دس$$

$$\int \frac{ص}{٣} (١-س^٣)^{-١} دس = \int \frac{ص}{٣} (١-س^٣)^{-١} دس$$

$$\text{نفرض } ص = س^٢ + ٤س$$

$$\frac{ص}{(٢+س)^2} = س ، \frac{ص}{(٤+س^٢)} = س ، \frac{ص}{س} = س^٢ + ٤س$$

$$\text{نعوض في التكامل}$$

$$\int \frac{ص}{(٢+س)^2} دس = \int \frac{ص}{(٢+س)^2} دس$$

$$\int \frac{ص}{(٢+س)^2} دس = \int \frac{ص}{(٢+س)^2} دس$$

$$\int \frac{ص}{(٢+س)^2} دس = \int \frac{ص}{(٢+س)^2} دس$$

س ١: المساحة المطلوبة = $\int_{-1}^2 f(s) ds = \int_{-1}^2 3s^2 ds = (s^3 - 3) \Big|_{-1}^2 = 2^3 - 3 - (-1^3 - 3) = 8 - 3 - (-1 - 3) = 8 - 3 + 1 + 3 = 9$ وحدة مساحة.

س ٢: المساحة المطلوبة = $\int_1^2 f(s) ds = \int_1^2 (3s - 2) ds = \left(\frac{3}{2}s^2 - 2s \right) \Big|_1^2 = \left(\frac{3}{2} \cdot 4 - 4 \right) - \left(\frac{3}{2} \cdot 1 - 2 \right) = (6 - 4) - \left(\frac{3}{2} - 2 \right) = 2 - \left(-\frac{1}{2} \right) = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$

$\left(2 - \frac{3}{2} \right) - \left(1 - \frac{2}{2} \right) = \left(\frac{4}{2} - \frac{3}{2} \right) - \left(\frac{2}{2} - \frac{2}{2} \right) = \frac{1}{2} - 0 = \frac{1}{2}$
 = ٨ وحدات مساحة.

س ٣: المساحة المطلوبة = $\int_0^1 f(s) ds = \int_0^1 s^3 ds = \left(\frac{s^4}{4} \right) \Big|_0^1 = \frac{1^4}{4} - \frac{0^4}{4} = \frac{1}{4}$ وحدة مساحة.

س ٤: المساحة المطلوبة = $\int_0^1 f(s) ds = \int_0^1 s ds = \left(\frac{s^2}{2} \right) \Big|_0^1 = \frac{1^2}{2} - \frac{0^2}{2} = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \frac{0}{2} = \frac{1}{2}$ ومنها $\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

س ٥: المساحة المطلوبة = $\int_0^9 \sqrt{9+s^3} ds = \int_0^9 \sqrt{9+s^3} ds$

نجد التكامل غير المحدود = $\int \sqrt{9+s^3} ds$

نفرض $v = 9+s^3$ ، $\frac{dv}{ds} = 3s^2$ ، $s = \sqrt[3]{\frac{v-9}{3}}$

نعوض في التكامل = $\int \sqrt{v} \cdot \frac{1}{3} \sqrt[3]{\frac{v-9}{3}} dv = \frac{1}{9} \int \sqrt{v} \sqrt[3]{v-9} dv$

$\frac{1}{9} \int \sqrt{v} \sqrt[3]{v-9} dv = \frac{1}{9} \int \sqrt{v} \sqrt[3]{v-9} dv = \frac{1}{9} \int \sqrt{v} \sqrt[3]{v-9} dv = \frac{1}{9} \int \sqrt{v} \sqrt[3]{v-9} dv$

المساحة المطلوبة = $\frac{1}{9} \int_9^{36} \sqrt{v} \sqrt[3]{v-9} dv = \frac{1}{9} \left[\frac{2}{5} (v-9)^{5/3} \sqrt{v} \right]_9^{36} = \frac{1}{9} \left[\frac{2}{5} (27)^{5/3} \sqrt{36} - \frac{2}{5} (0)^{5/3} \sqrt{9} \right] = \frac{1}{9} \left[\frac{2}{5} \cdot 27^2 \cdot 6 - 0 \right] = \frac{1}{9} \cdot \frac{2}{5} \cdot 729 \cdot 6 = \frac{1}{9} \cdot \frac{2}{5} \cdot 4374 = \frac{1}{9} \cdot \frac{8748}{5} = \frac{972}{5}$ وحدة مساحة

حلول تمارين عامة ٤ - ٨

س ١:

الفقرة	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
الإجابة	ج	أ	ب	د	أ	أ	ج	د	أ	ج

$$\text{س}^2: \text{و}(\text{س}) = \left[\text{و}(\text{س}) \right] = \left[\text{س}(\text{س}^2 - \text{س}^2 + \text{س}^3 + \text{س}^4) \right] = \text{س}^3 + \text{س}^2 - \frac{\text{س}^3}{3} + \text{س}^4 =$$

$$\text{لكن و}(\text{س}) = 3 = \text{ج} ، \text{ منها و}(\text{س}) = \text{س}^4 + \text{س}^2 - \frac{\text{س}^3}{3} + 3$$

$$\text{و}(\text{س}) = 1 = 3 + 1 - \frac{1}{3} + 1 = \frac{1}{3}$$

$$\text{س}^3: \text{و}(\text{س}) = \left[\text{و}(\text{س}) \right] = \left[\text{س}(\text{س}^3 - \text{س}^3 + \text{س}^2) \right] =$$

$$= \text{س}^3 - \text{س}^2 + \text{ج}$$

$$\text{و}(\text{س}) \text{ يمر بالنقطة } (1, 6) ، \text{ و}(\text{س}) = 6$$

$$\text{و}(\text{س}) = 6 = 3 - 1 + \text{ج} ، \text{ ومنها ج} = 4$$

$$\text{و}(\text{س}) = \text{س}^3 - \text{س}^2 + 4$$

$$\text{س}^4: \left[\text{و}(\text{س}) \right] = \left[\text{و}(\text{س}) \right] - \left[\text{و}(\text{س}) \right] + \left[\text{و}(\text{س}) \right] = \left[\text{و}(\text{س}) - \text{و}(\text{س}) + \text{و}(\text{س}) \right]$$

$$= \left[\text{و}(\text{س}) - \text{و}(\text{س}) + \text{و}(\text{س}) \right] = \left[\text{و}(\text{س}) - \text{و}(\text{س}) + \text{و}(\text{س}) \right]$$

$$= 38 = 4 - 4 \times 5 - 7 \times 2$$

$$\text{س}^5: \left[\text{و}(\text{س}) \right] = \left[\text{و}(\text{س}) \right] = \left[\text{و}(\text{س}) \right] = \left[\text{و}(\text{س}) \right]$$

$$\text{نفرض ص} = \text{س}^2 + \text{س} + 4 ، \frac{\text{ص}}{\text{س}^2 + 1} = \text{س} ، \frac{\text{ص}}{\text{س}^2 + 1} = \text{س} ، \frac{\text{ص}}{\text{س}^2 + 1} = \text{س}$$

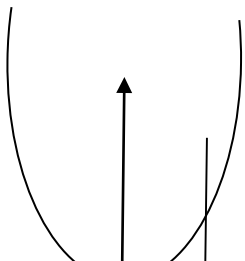
$$\text{نعوض في التكامل} = \left[\text{و}(\text{س}) \right] = \left[\text{و}(\text{س}) \right]$$

$$= \left[\text{و}(\text{س}) \right] = \left[\text{و}(\text{س}) \right]$$

$$= \left[\text{و}(\text{س}) \right] = \left[\text{و}(\text{س}) \right]$$

$$= \left[\text{و}(\text{س}) \right] = \left[\text{و}(\text{س}) \right]$$

السؤال السادس:



$$\int_0^2 (5 + s^2) ds = \int_0^2 (5 + s^2) ds = \text{المساحة المطلوبة}$$

$$\left[5s + \frac{s^3}{3} \right]_0^2 =$$

٢

$$\left(10 + \frac{8}{3} \right) - (0) =$$

$$= \frac{38}{3} \text{ وحدة مساحة.}$$

الوحدة الخامسة

الرياضيات المالية

تمارين ومسائل (٥ - ١)

س١:

$$\text{أ) } \frac{1}{12} \times 0.4 \times 13800 = \text{ف} = \text{ع} \times \text{ز} = \text{ح}$$

$$= 460 \text{ ديناراً.}$$

$$\text{ب) } \text{ج} = \text{ف} + \text{ح} = 13800 + 460 = 14260 \text{ ديناراً}$$

س٢:

$$\text{ج} = \text{ف} + \text{ز} = \text{ح} = \text{ع} \times \text{ز} + \text{ز} = (\text{ع} + 1) \times \text{ز}$$

$$5600 = (8 \times 0.5 + 1) \times \text{ز} = 5 \times \text{ز}$$

$$\text{ز} = \frac{5600}{5} = 1120 \text{ ديناراً.}$$

س٣:

$$\text{ف} = \text{ع} \times \text{ز} = \text{ح}$$

$$800 = 24000 \times 0.08 \times \text{ح}$$

$$800 = 1920 \times \text{ح}$$

$$\text{ومنها } \text{ح} = \frac{800}{1920} = \frac{5}{12} \text{، عدد الأشهر} = 5 \text{ أشهر، ويمكن الحل بطرق أخرى.}$$

س٤:

$$\text{ف} = \text{ع} \times \text{ز} = \text{ح} = 12000 \times 0.11 \times 3 = 3960 \text{ ديناراً}$$

$$\text{ج} = \text{ف} + \text{ز} = 3960 + 12000 = 15960 \text{ ديناراً.}$$

س٥:

$$\text{أ) } \text{ف} = \text{ع} \times \text{ز} = \text{ح} = 12000 \times 0.3 \times \frac{3}{12} = 90 \text{ ديناراً.}$$

$$\text{ب) } \text{ف} = \text{ع} \times \text{ز} = \text{ح}$$

$$2160 = 12000 \times 0.3 \times \text{ح}$$

$$\text{ح} = \frac{2160}{360} = 6 \text{ سنوات}$$

س٦:

$$\text{ف} = \text{ع} \times \text{ز} = \text{ح} = 8000 \times 0.12 \times \frac{24}{360} = 640 \text{ ديناراً.}$$

$$\text{ف} = \text{ع} \times \text{ز} = \text{ح} = 8000 \times 0.12 \times \frac{24}{360} = 631.232 \text{ ديناراً}$$

س٧:

$$\text{ف} = \text{ع} \times \text{ز} = \text{ح}$$

$$420 = 12000 \times \text{ع} \times \frac{7}{12}$$

$$\text{ع} = \frac{420}{7000} = 0.06 \text{ ، } \text{ع} = 6\%$$

تمارين ومسائل (٥-٢)

س ١: $ج = (ع + ١)^٧ = ٨٠٠٠ (١ + ٠,٩) = ١٠٠٠٠ = ٨٠٠٠ \times ١٢٧٧ = ١٣٤١٦$ ديناراً

س ٢: $ج = (ع + ١)^٧$

$$٧١٧٨,١٤٦٦ = ٥٠٠٠ \left(١ + \frac{٧,٥}{١٠٠} \right)$$

$$\frac{٧١٧٨,١٤٦٦}{٥٠٠٠} = (١,٠٧٥)$$

$$(١,٠٧٥) = ١,٤٣٥$$

$$ل١,٤٣٥ = ل(١,٠٧٥) = ل(١,٠٧٥)$$

$$\frac{ل١,٤٣٥}{ل(١,٠٧٥)} = ن$$

$$ن = \frac{٠,١٥٦}{٠,٠٣١} = ٥ \text{ سنوات.}$$

س ٣: $ج = ف + ٤٠٠٠ = ١٥٦٥٧ و ٨٥ = ٥٥٦٥٧ و ٨٥$

$$ج = (ع + ١)^٨$$

$$٨(ع + ١)٤٠٠٠ = ٥٥٦٥٧ و ٨٥$$

$$٨(ع + ١) = ١٣٩١$$

$$ع + ١ = \sqrt[٨]{١٣٩١}$$

$$ع = ٢ و ٤٢\%$$

س ٤: $ج = \left(١ + \frac{ع}{ر} \right)^{ن \times ر} = ١٥٠٠٠ \left(١ + \frac{٠,٧}{٢} \right)^{٢ \times ٥}$

$$٢١١٦٥ = ١٥٠٠٠ (١ + ٠,٣٥) = ١٠٠٠٠ (١ + ٠,٣٥) = ١٥٠٠٠ \times ١٤١١ = ٢١١٦٥$$

$$ج = ف + ن$$

$$٢١١٦٥ = ١٥٠٠٠ + ن$$

$$ن = ٦١٦٥ \text{ ديناراً.}$$

س ٥: $ج = (ع + ١)^٧$

$$^{\sim} (0,08 + 1) 8000 = 14807,44$$

$$^{\sim} (0,08 + 1) = \frac{14807,44}{8000}$$

$$^{\sim} (0,08 + 1) = 1,850$$

$$\text{لو} = \text{لو} (0,08 + 1)^{\sim} = 1,850$$

$$^{\sim} = \frac{\text{لو} 1,850}{\text{لو} 1,088} = \frac{267}{33} \text{ سنوات}$$

$$\text{س: ٦} \quad 12 = 4 \times 3 = ^{\sim}$$

$$\text{س: ١} \quad \text{ج} = \text{ع} + 1)^{\sim} 5000 = (0,03 + 1)^{12} 5000 = 7125 \text{ دية نار}$$

حلول تمارين ومسائل ٣-٥

$$\text{س: ١} \quad \text{ن} = \text{ع} \times \text{ف} = 4500 \times 0,07 = 315 \text{ ديناراً}$$

$$\text{و (ع)} = \text{ن} \times \left[\frac{\frac{1}{^{\sim}(\text{ع} + 1)} - 1}{\text{ع}} \right] + \frac{\text{ف}}{^{\sim}(\text{ع} + 1)}$$

$$= \frac{4500}{0,07 + 1} + \left[\frac{\frac{1}{^{\sim}(0,07 + 1)} - 1}{0,07} \right] \times 315 =$$

$$= \frac{4500}{1,07} + \left[\frac{\frac{1}{1,402} - 1}{0,07} \right] \times 315 =$$

$$= \frac{713 - 1}{0,07} \times 315 + 3209,7 = 3209,7 + 4,1 \times 315 =$$

$$= 1291,5 + 9,7 \text{ ديناراً} = 4501,2$$

$$\text{س: ٢} \quad \text{ن} = \text{ع} \times \text{ف} = 1500 \times 0,07 = 105$$

$$\frac{1}{\sqrt{(\bar{\varepsilon} + 1)}} + \left[\frac{\frac{1}{\sqrt{(\bar{\varepsilon} + 1)}} - 1}{\bar{\varepsilon}} \right] \times \bar{\varepsilon} = (\varepsilon) \sqrt{\quad}$$

$$\frac{1500}{\sqrt{(\bar{\varepsilon} + 1)}} + \left[\frac{\frac{1}{\sqrt{(\bar{\varepsilon} + 1)}} - 1}{\bar{\varepsilon}} \right] \times 100 =$$

$$\frac{1500}{1,338} + \left[\frac{\frac{1}{1,338} - 1}{0,6} \right] \times 100 =$$

$$1120,892 + 4,22 \times 100 = 1120,892 + \left[\frac{0,747 - 1}{0,6} \right] \times 100 =$$

$$1120,892 + 443,1 = 1563,992 \text{ فترا}$$

$$\text{س ٣: } 216 = \frac{6}{100} \times 3600 = \varepsilon \times 1 = \bar{\varepsilon}$$

$$\frac{3600}{\sqrt{(\bar{\varepsilon} + 1)}} + \left[\frac{\frac{1}{\sqrt{(\bar{\varepsilon} + 1)}} - 1}{\bar{\varepsilon}} \right] \times 216 = (\varepsilon) \sqrt{\quad}$$

$$\frac{3600}{1,992} + \left[\frac{\frac{1}{1,992} - 1}{0,9} \right] \times 216 =$$

$$1807,228 + \left[\frac{0,502 - 1}{0,9} \right] \times 216 =$$

$$1807,228 + \left[\frac{0,498}{0,9} \right] \times 216 =$$

$$1807,228 + 1190,128 = 2997,356 \text{ فترا}$$

$$\text{س ٤: } \frac{7}{100} \times 1 = \text{ن}$$

$$\frac{1}{2(\bar{\varepsilon} + 1)} + \left[\frac{\frac{1}{2(\bar{\varepsilon} + 1)} - 1}{\bar{\varepsilon}} \right] \times \text{ن} = (\text{ع})$$

$$\frac{1}{3(0.7 + 1)} + \left[\frac{\frac{1}{3(0.7 + 1)} - 1}{0.7} \right] \times \text{ن} = 1700$$

$$\frac{1}{1,225} + \left[\frac{\frac{1}{1,225} - 1}{0.7} \right] \times (0.7 \times 1) = 1700$$

$$\frac{1}{1,225} + \left[\frac{0.816 - 1}{0.7} \right] \times (0.7 \times 1) = 1700$$

$$\frac{1}{1,225} + 2,628 \times (0.7 \times 1) = 1700$$

$$\frac{1}{1,225} + 1(0.18396) = 1700$$

$$1 + 1,225 = 2082,5$$

$$1,225 = 2082,5$$

$$\frac{2082,5}{1,225} = 1$$

$$= \text{دي٧٢اراً}$$

$$\text{س ٥:} \quad \text{ف} = \text{ع} \times 1 = \text{ع} \times 4000$$

$$\text{و (ع)} = \frac{1}{\sqrt{\text{ع} + 1}} + \left[\frac{\frac{1}{\sqrt{\text{ع} + 1}} - 1}{\text{ع}} \right] \times \text{ف}$$

$$\frac{4000}{\sqrt{0,10 + 1}} + \left[\frac{\frac{1}{\sqrt{0,10 + 1}} - 1}{0,10} \right] \times \text{ف} = 7484,472$$

$$\frac{4000}{1,610} + \left[\frac{\frac{1}{1,610} - 1}{0,10} \right] \times \text{ف} = 7484,472$$

$$7484,472 + \left[\frac{1,621 - 1}{0,10} \right] \times \text{ف} = 7484,472$$

$$7484,472 + 3,79 \times \text{ف} = 7484,472$$

$$3,79 \times \text{ف} = 000$$

$$\text{ف} = 9,26 \text{ ديناراً}$$

$$\text{ف} = \text{ع} \times 1$$

$$\text{ع} \times 4000 = 1319,26 =$$

$$\text{ع} = 33,3$$

حلول تمارين ومسائل ٥-٤

$$\text{س ١: و (ع)} = \frac{\text{ع} \times 1}{\text{ع}} = \frac{360}{0,6} = \frac{0,8 \times 4500}{0,6} = 1200 \text{ ديناراً}$$

$$\text{س ٢:} \quad 1 = 3000, \quad \sqrt{0,2} = 48 = 4 \times 12 = \text{و}, \quad \frac{8\%}{4} = 2\%, \quad \text{ع} = 5\%$$

$$\text{ف} = 60 = 0,2 \times 3000$$

$$u(x) = \frac{1}{\sqrt{(\bar{\varepsilon} + 1)}} + \left[\frac{\frac{1}{\sqrt{(\bar{\varepsilon} + 1)}} - 1}{\bar{\varepsilon}} \right] \times \bar{\varepsilon}$$

$$\frac{3000}{\varepsilon^8 (\bar{\varepsilon} + 1)} + \left[\frac{\frac{1}{\varepsilon^8 (\bar{\varepsilon} + 1)}}{0.05} - 1 \right] \times 60 =$$

$$\frac{3000}{1.401} + \left[\frac{\frac{1}{1.401}}{0.05} - 1 \right] \times 60 =$$

$$1861.042 + \left[\frac{0.96 - 1}{0.05} \right] \times 60 =$$

$$1861.042 + 18.08 \times 60 =$$

$$= 1084.8 + 1861.042 = 2945.842 \text{ دينار}$$

$$\text{س ٣: } \frac{\varepsilon \times 1}{\bar{\varepsilon}} = u(x)$$

$$\frac{0.9 \times 4000}{\bar{\varepsilon}} = 5142.86$$

$$\frac{360}{5142.86} = \bar{\varepsilon}$$

$$\bar{\varepsilon} = 7\%$$

$$\text{س ٤: } \frac{\varepsilon \times 1}{\bar{\varepsilon}} = u(x)$$

$$\frac{0.12 \times 3000}{0.12} = u(x) = 3000 \text{ ديناراً}$$

حلول تمارين عامة ٥-٥

س١:

١٠	٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١	الفقرة
أ	ج	ب	ج	د	ب	ب	ج	أ	د	الإجابة

$$\text{س٢: ن} = \frac{١٢٠}{٣٦٠} \times ٠,١٢ \times ٨٠٠٠ = \frac{٧ \times ٤ \times ٢}{٣٦٠}$$

$$\text{ن} = \frac{١٢٠}{٣٦٥} \times ٠,١٢ \times ٨٠٠٠ = \frac{٧ \times ٤ \times ٢}{٣٦٠}$$

$$\text{س٣: ن} = ٧ \times ٤ \times ٢$$

$$٢ \times ٤ \times ٢٤٠٠٠ = ٨٤٠$$

$$٤ \times ٤٨٠٠٠ = ٨٤٠$$

$$\frac{٨٤٠}{٤٨٠٠٠} = ٤$$

$$١,٧٥\% = ٤$$

$$\text{س٤: ع} = \frac{١٢}{١٢} = ١\%, \quad ٤٨ = ١٢ \times ٤ = ٧$$

$$٧ = (٤ + ١) \times ٧$$

$$٤٨ = (١ + ٠,١) \times ٥٠٠٠$$

$$٤٨ = (١,٦١٢) \times ٥٠٠٠$$

$$٨٠٦٠ = ٧$$

$$\text{ن} = ٧ - ٧$$

$$٥٠٠٠ - ٨٠٦٠ =$$

$$\text{ن} = ٣٠٠٠$$

$$\text{س٥: ع} = \frac{٦}{٦} = ١\%, \quad ١٨ = ٦ \times ٣ = ٧$$

$$j = r(1 + e)^{\sim}$$

$$^{18} r(1 + 0,01) = 7176,88$$

$$1,196 \times r = 7176,88$$

$$\frac{7176,88}{1,196} = r$$

$$r = 5996,55 \text{ ديناراً}$$

$$\text{س٦: } e(ع) = \frac{1 \times 100}{ع} = \frac{100}{0,9} = \frac{10000}{9} = 1111,11 \text{ ديناراً}$$