

الوحدة الأولى: الميكانيكا

الفصل الأول: الزخم الخطي والدفع

وحدة القياس	الكمية	الرمز	وحدة القياس	الكمية	الرمز
N	القوة	F	kg.m/s	الزخم الخطي	p
s	الزمن	t	kg	كتلة الجسم	m
m/s ²	تسارع الجاذبية الأرضية	g	m/s	السرعة	v
m	الارتفاع	h	J	الطاقة الحركية	K.E
			N.s	الدفع	I

$\mathbf{p} = m \mathbf{v}$	الزخم الخطي
$\mathbf{p} = \sqrt{2m(K.E)}$	العلاقة بين الزخم والطاقة الحركية لجسم
$K.E = \frac{1}{2} m \mathbf{v}^2 = \frac{\mathbf{p}^2}{2m}$	
$\mathbf{I} = \Sigma \mathbf{F} \cdot \Delta t$	الدفع
$\mathbf{F} = \frac{\Delta \mathbf{p}}{\Delta t}$	القوة = المعدل الزمني للتغير في الزخم
$\Delta \mathbf{p} = \mathbf{F} \cdot \Delta t = \mathbf{I}$	الدفع = التغير في الزخم
$\Sigma \mathbf{p}_i = \Sigma \mathbf{p}_f$	حفظ الزخم
$\frac{(K.E)_1}{(K.E)_2} = \frac{m_2}{m_1}$	العلاقة بين الطاقة الحركية والكتلة لجسمين عند ثبوت زخمهما

- عند ثبوت الكتلة، إذا تضاعفت سرعة جسم أو زخمه الخطي (n) من الأضعاف فإن الطاقة الحركية تتضاعف (n²) من الأضعاف.
- عند ثبوت الكتلة، إذا تضاعفت الطاقة الحركية (n) من الأضعاف فإن الزخم الخطي يتضاعف (√n) من الأضعاف.
- إذا انفجر جسم ساكن لجزيئين فإن الطاقة الحركية للجزيئين تعطى من العلاقة:

$$K.E_1 = \frac{Q m_2}{m_1 + m_2}, \quad K.E_2 = \frac{Q m_1}{m_1 + m_2} \quad \text{حيث أن } (Q) \text{ : الطاقة الناتجة من الانفجار .}$$

- تترد البندقية (مدفع) للخلف بعد انطلاق الرصاصة (فذيقة) منها، بسبب تولد زوج من قوى الفعل ورد الفعل حيث أن الغازات الناتجة من الانفجار تدفع الرصاصة للأمام وتدفع البندقية للخلف، حسب العلاقة الآتية.

$$\frac{K.E_{\text{رصاصة}}}{K.E_{\text{بندقية}}} = \frac{m_{\text{بندقية}}}{m_{\text{رصاصة}}}, \quad \frac{v_{\text{رصاصة}}}{v_{\text{بندقية}}} = \frac{m_{\text{بندقية}}}{m_{\text{رصاصة}}}$$

- عند دوران قمر صناعي حول الأرض فإن التغير في زخمه لدى اجتيازه:

1. دورة كاملة ($\theta = 0$)، فإن التغير في زخمه: $\Delta p = 0$
2. نصف دورة ($\theta = 180$)، فإن التغير في زخمه: $\Delta p = 2mv$
3. ربع دورة ($\theta = 90$)، فإن التغير في زخمه: $\Delta p = \sqrt{2}mv$
4. ثلث دورة ($\theta = 120$)، فإن التغير في زخمه: $\Delta p = \sqrt{3}mv$
5. سدس دورة ($\theta = 60$)، فإن التغير في زخمه: $\Delta p = mv$

الوحدة الأولى: الميكانيكا

الفصل الثاني: التصادمات

$\mathbf{v}_{12i} = -\mathbf{v}_{12f}$	للتصادم المرن السرعة النسبية للجسمين قبل التصادم = السرعة النسبية للجسمين بعد التصادم وتعاكسها في الاتجاه.
$m_1 \mathbf{v}_{1i} + m_2 \mathbf{v}_{2i} = m_1 \mathbf{v}_{1f} + m_2 \mathbf{v}_{2f}$	حفظ الزخم للتصادم المرن وغير المرن
$m_1 \mathbf{v}_{1i} + m_2 \mathbf{v}_{2i} = (m_1 + m_2) \mathbf{v}_f$	حفظ الزخم للتصادم عديم المرونة
$v = \sqrt{2gh}$	العلاقة بين سرعة جسم والارتفاع الذي سقطت منه
$v_f = \frac{v_i}{2}$	عند تصادم كرتين متماثلتين معلقتين بخيطين أحدهما ساكنة والأخرى متحركة تصادم عديم المرونة تتحرك المجموعة بسرعة بنصف سرعة الكرة المتحركة قبل التصادم وتكون الطاقة الحركية للكرتين بعد التصادم = نصف الطاقة الحركية للكرتين قبل التصادم. وتتحركان معاً إلى ارتفاع = ربع الارتفاع الذي سقطت منه الكرة الأولى.
$h' = \frac{h}{4}$	
$v = \frac{m_1 + m_2}{m_1} \sqrt{2gh'}$	سرعة الجسم في البندول القذفي قبل اختراق الخشبة والاستقرار بها
$\Sigma p_{xi} = \Sigma p_{xf}$	حفظ الزخم باتجاه المحور السيني
$\Sigma p_{yi} = \Sigma p_{yf}$	حفظ الزخم باتجاه المحور الصادي

- عند تصادم جسم متحرك بأخر مماثل ساكن تصادم مرن فإن المتحرك يسكن والساكن يتحرك بنفس سرعة الجسم الأول.
- عند تصادم جسم متحرك بأخر مماثل ساكن تصادم مرن في بعدين فإن الجسمين يتحركان بشكل عمودي.
- عند تصادم جسم متحرك بأخر مماثل ساكن تصادم عديم المرونة فإن الطاقة الضائعة تساوي نصف الطاقة الحركية قبل.

$$\left((K.E)_{loss} = \frac{1}{2} (K.E)_i = \frac{1}{4} mv^2 \right)$$

- عند تصادم جسم متحرك بأخر ساكن كتلته (n) من أضعاف كتلة الجسم الأول تصادم عديم المرونة فإن الطاقة الضائعة تساوي $\left(\frac{n}{n+1} \times \frac{1}{2} mv^2 \right)$.

- عند تصادم جسمين مختلفا في الكتلة أحدهما ساكن (M) والأخر متحرك (m) تصادم عديم المرونة فإن:

$$K.E_{loss} = \frac{M}{m+M} \times (K.E)_i \text{ ، وكذلك الطاقة الحركية الضائعة: } (K.E)_f = \frac{m_1}{m_1+M} \times (K.E)_i$$

- إذا تصادم كرتان مختلفتان في الكتلة معلقتين بخيطين أحدهما ساكنة (m_2) والأخرى متحركة (m_1) تصادم عديم المرونة

$$h' = \left(\frac{m_1}{m_1 + m_2} \right)^2 h \text{ فإن ارتفاع الكرات معاً بعد التصادم يعطى بالعلاقة:}$$

$$\Rightarrow h' = \frac{1}{4} h \text{ أي إذا كانت كتلة الكرتان متماثلتان فإن:}$$

$$\Rightarrow h' = \frac{1}{9} h \text{ أي إذا كانت كتلة الكرة الثانية ضعف كتلة الأولى فإن:}$$

$$\Rightarrow h' = \left(\frac{1}{n+1} \right)^2 h \text{ أي إذا كانت كتلة الكرة الثانية عدد (n) من أضعاف كتلة الأولى فإن:}$$

الوحدة الأولى: الميكانيكا

الفصل الثالث: التحريك الدوراني

وحدة القياس	الكمية	الرمز	وحدة القياس	الكمية	الرمز
N	القوة المماسية	F_t	m	نصف القطر	r
Rad/s^2	التسارع الزاوي	α	Rad/s	السرعة الزاوية	ω
J	الشغل	W	m/s^2	التسارع المركزي	a_c
rad	الزاوية	θ	N	القوة المركزية	F_c
$watt$	القدرة	$Power$	$m.N$	عزم الدوران	τ
$Kg.m^2/s$ $Kg.m^2.rad/s$	الزخم الزاوي	L	$Kg.m^2$	القصور الدوراني لجسم	I
			$Kg.m^2$	القصور الدوراني لمجموعة أجسام	I_{Total}

مقارنة بين قوانين الحركة الانتقالية والحركة الدورانية

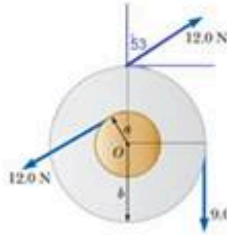
الحركة الدورانية حول محور ثابت		الحركة الخطية الانتقالية	
θ	الازاحة الزاوية	d	الازاحة الخطية
I	القصور الدوراني	m	الكتلة
$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{v}{r}$	السرعة الزاوية	$v = \frac{\Delta d}{\Delta t}$	السرعة الخطية
$\alpha = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} = \frac{a}{r}$	التسارع الزاوي	$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$	التسارع الخطي
$\tau = I\alpha = \frac{\Delta L}{\Delta t}$	عزم الدوران	$F = ma = \frac{\Delta p}{\Delta t}$	القوة المحصلة
$W = \tau.\theta$	الشغل	$W = F.d$	الشغل
$K.E = \frac{1}{2} I \omega^2$	طاقة الحركة الدورانية	$K.E = \frac{1}{2} m v^2$	طاقة الحركة الانتقالية الخطية
$Power = \tau.\omega$	القدرة	$Power = F.v$	القدرة
$L = I\omega = m\omega r^2$	الزخم الزاوي	$p = m v$	الزخم الخطي
$\omega_f = \omega_i + \alpha t$	عند ثبوت التسارع الزاوي	$v_f = v_i + a t$	عند ثبوت التسارع الخطي
$\Delta\theta = \omega_i t + \frac{1}{2} \alpha t^2$		$\Delta x = v_i t + \frac{1}{2} a t^2$	
$\omega_f^2 = \omega_i^2 + 2\alpha \Delta\theta$		$v_f^2 = v_i^2 + 2a \Delta x$	

قوانين الحركة الدورانية

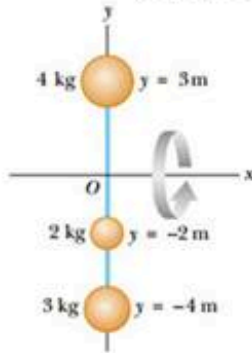
$\mathbf{v} = r \omega$	العلاقة بين السرعة الخطية والزاوية
$\mathbf{a} = r \alpha$	العلاقة بين التسارع الخطي والزاوي
$\mathbf{a}_c = \frac{v^2}{r} = r \omega^2$	علاقة التسارع المركزي بالسرعة الخطية والزاوية
$\mathbf{F}_c = m \mathbf{a}_c = m \frac{v^2}{r} = m r \omega^2$	القوة المركزية
$\tau = r \times \mathbf{F} = r F \sin(\theta)$	العزم الدوراني للقوة
$I = m r^2$	القصور الدوراني لجسم يتحرك في مسار دائري
$I_{Total} = \sum m r^2 = m_1 r_1^2 + m_2 r_2^2 + m_3 r_3^2 + \dots$	القصور الدوراني لنظام يتكون من عدد من الجسيمات
$\mathbf{F}_t = m \mathbf{a}_t = m r \alpha$	القوة المماسية
$\tau = F_t r = (m a_t) r = m r^2 \alpha = I \alpha$	عزم الدوران حول مركز الدائرة نتيجة القوة المماسية
$\tau_{net} = \left(\sum m r^2 \right) \alpha = I \alpha$	مجموع عزوم الدوران الناتجة عن مجموعة جسيمات (جسم جاسن)
$K.E = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m (r \omega)^2$ $= \frac{1}{2} m r^2 \omega^2 = \frac{1}{2} I_{CM} \omega^2$	طاقة الحركة
$K.E = \frac{1}{2} M v_{CM}^2 + \frac{1}{2} I_{CM} \omega^2$	الطاقة الحركية الكلية لجسم يتحرك حركة انتقالية دورانية
$\mathbf{L} = r \times \mathbf{P} = m \mathbf{v} r$	الزخم الزاوي
$L = m v r = m r^2 \omega = I \omega$	علاقة الزخم الزاوي بالقصور الدوراني
$\tau_{net} = \frac{\Delta \mathbf{L}}{\Delta t}$	عزم الدوران = المعدل الزمني للتغير في الزخم الزاوي
$\mathbf{L}_1 = \mathbf{L}_2 \Rightarrow I_1 \omega_1 = I_2 \omega_2$	حفظ الزخم الزاوي
$\mathbf{L} = I \omega = \sqrt{2 I (K.E)}$	العلاقة بين الزخم الزاوي والطاقة الحركية
$K.E = \frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{L^2}{2I}$	

- الاجسام التي تقع على محور الدوران ليس لها عزم قصور دوراني. وكذلك ليس لها طاقة حركية دورانية.
- عند دوران جسم حركة دورانية فإن جميع نقاط الجسم لها السرعة الزاوية نفسها لأنها تقطع نفس الزاوية خلال الفترة الزمنية ذاتها، لكنها تختلف في سرعتها الخطية لاختلاف بعد النقاط عن مركز دوران الجسم.
- عند دوران قمر صناعي حول الأرض فإن التغير في زخمه الزاوي ثابت مقداراً واتجاهاً بثبوت سرعته ونصف قطر مساره.
- عند ثبوت القصور الدوراني، إذا تضاعفت السرعة الزاوية أو الزخم الزاوي (n) من الأضعاف فإن الطاقة الحركية تتضاعف (n²) من الأضعاف.
- عند ثبوت القصور الدوراني، إذا تضاعفت الطاقة الحركية (n) من الأضعاف فإن الزخم الزاوي يتضاعف (√n) من الأضعاف.

أسئلة إضافية /:



1. اعتماداً على البيانات في الشكل المجاور، احسب محصلة عزم الدوران المؤثرة على العجلة عندما تدور حول المحور (O)، إذا كان (a = 10 cm)، (b = 25 cm)، (-3.45 m.N).

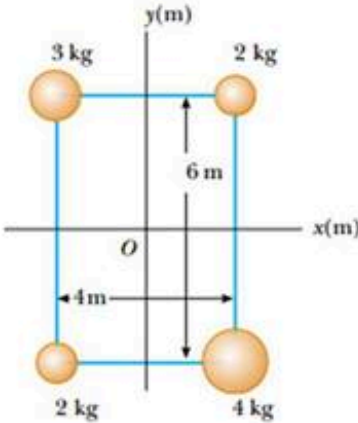


2. قطع التيار الكهربائي عن موتور لعجلة جليخ كانت تدور بمعدل (100 rev/min)، فبتباطؤ الدوران بمعدل (2 rad/s²) أوجد زمن توقف العجلة وكذلك احسب الزاوية المقطوعة. (5.23 sec, 27.3 rad)

3. ثلاثة أجسام مرتبطة ببعضها بقضبان مهمة الكتلة كما في الشكل، إذا كان النظام يدور حول المحور (x) بسرعة زاوية (2 rad/s)، احسب عزم القصور الدوراني حول المحور (x) وكذلك احسب الطاقة الحركية الدورانية. (92 kg.m², 184 J)

4. تحتاج عجلة (3 sec) لتكمل (37 rev) إذا كانت سرعتها الزاوية نهاية هذه المدة (98 rad/s) احسب كلاً من السرعة الزاوية الابتدائية والتسارع الزاوي الثابت للعجلة. وإذا كان القصور الدوراني لها (100 kg.m²) احسب التغير في زخمها الزاوي. (56.9 rad/s, 13.7 rad/s²)

5. يدور قرص نصف قطره (0.08 m) بمعدل ثابت (20 rev/sec) حول محوره المركزي، احسب سرعته الزاوية والسرعة الخطية لنقطة تبعد (0.03 m) عن المركز واحسب التسارع المركزي لنقطة على حافة القرص والمسافة الكلية التي تقطعها نقطة على الحافة خلال (2 sec). (40π rad/s, 3.77 m/s, 1262)



6. أربع أجسام مرتبطة ببعضها بقضبان مهمة الكتلة كما في الشكل، إذا دار النظام في المستوى (xy) حول المحور (z) الذي يقع في مركز المستطيل بسرعة زاوية (6 rad/s)، احسب عزم القصور الدوراني وكذلك احسب الطاقة الحركية الدورانية. (143 kg.m², 2574 J)

7. قرص صلب وزنه (100 N) نصف قطره (2 m) وبدأ الحركة من السكون بقوة مماسية ثابتة (50 N)، احسب عزم القصور الدوراني (I = 1/2 mr²) وكذلك احسب الطاقة الحركية الدورانية بعد (3 sec). (20 kg.m², 2250 J)

8. عجلة جليخ على شكل قرص صلب كتلته (2 kg) نصف قطره (0.05 m) وبدأ الموتور حركة القرص من السكون وتسارع بانتظام تحت تأثير عزم دوران ثابت (0.6 m.N)، احسب الزمن اللازم لتصل سرعته الزاوية النهائية (20 rev/s) واحسب عدد

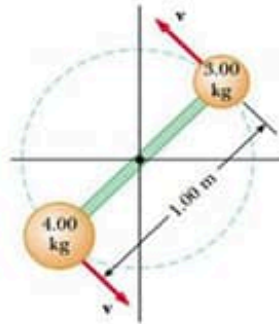
الدورات التي تدورها العجلة أثناء تسارعها. علماً بأن عزم القصور الدوراني للقرص (I = 1/2 mr²) (0.52 sec, 5.17 rev)

9. أسطوانة عزم قصورها الدوراني (0.3 kg.m²) تدور حول محور عمودي عديم الاحتكاك بسرعة زاوية (120 rad/s) وأسطوانة أخرى ساكنة لها عزم قصور دوراني (0.06 kg.m²) سقطت فوق الأسطوانة الأولى وتحركتا معاً، احسب سرعتيهما الزاوية، ثم احسب طاقة الحركة المفقودة. (100 rad/s, 360 J)



10. طالب يجلس على كرسي دوار يمسك بثقلين كتلة كل منهما (2 kg) يبسط ذراعيه أفقياً لتصبح المسافة بين الثقلين (2 m) وعزم قصوره دوراني (3 kg.m²) ويدور بسرعة زاوية (0.75 rad/s) فإذا ضم الطالب ذراعيه نحو جسمه لتصبح المسافة بين الثقلين (0.4 m) ، احسب السرعة الزاوية ، ثم احسب التغير في الطاقة الحركية للنظام. (1.66 rad/s , 2.38 J)

11. يقف رجل كتلته (60 kg) على حافة قرص أفقي ساكن نصف قطره (2 m) وعزم قصوره دوراني (500 kg.m²) بدأ الرجل يمشي على حافة القرص باتجاه دوران معين وبسرعة خطية (1.5 m/s) ، احسب السرعة الزاوية للقرص مقداراً واتجاهاً، ثم احسب التغير في الطاقة الحركية للنظام. (-0.36 rad/s , 99.9 J)



12. ثبت جسمين كتليهما (4 kg) ، (3 kg) على نهايتي قضيب مهمل الكتلة طوله (1 m) يدور النظام حول نقطة عند مركز القضيب بسرعة خطية (5 m/s) كما في الشكل، احسب كلاً السرعة الزاوية للنظام عزم قصوره الدوراني وزخمه الزاوي مقداراً واتجاهاً. (10 rad/s , 1.75 kg.m² , 17.5 kg.m²/s .)

13. تسير سيارة سباق في مسار دائري نصف قطره (100 m) بسرعة خطية ثابتة (50 m/s) ، احسب سرعتها الزاوية وكذلك التسارع المركزي والزاوي للسيارة. (0.5 rad/s , 25 m/s² , 0)

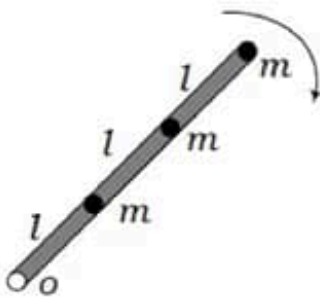
14. قرص كتلته (12 kg) ، ونصف قطره (0.5 m) ، ويدور بسرعة زاوية (4 rad/s) ، تم وضع كتلتين متساويتين ومتقابلتين، وتبعد كل منهما نفس البعد من محور الدوران (0.25 m) حتى أصبح يدور بسرعة (1.5 rad/s) ، احسب مقدار كل كتلة منهما.

علماً بأن عزم القصور الدوراني للقرص (I₁ = 1/2 mr²) (20 kg)

15. تدرجت كرة مصممة كتلتها (5 kg) ونصف قطرها (0.2 m) على سطح أفقي خشن بسرعة خطية لمركز كتلتها (2 m/s) احسب عزم القصور الدوراني لها وطاقتها الحركية الدورانية وطاقتها الكلية. علماً بأن عزم القصور الدوراني للكرة (I = 2/5 mr²)

(0.08 kg.m² , 4 J , 14 J)

16. يدور قرص كتلته (200 kg) ونصف قطره (2 m) بسرعة زاوية (6 rad/s) أسقط على حافة جسم كتلته (50 kg) احسب السرعة الزاوية للنظام . علماً بأن عزم القصور الدوراني للقرص (I = 1/2 mr²) (4 rad/s)



17. في الشكل المقابل تتوزع ثلاث كتل متساوية على قضيب مهمل الكتلة طوله (3 l) ويتحرك بسرعة زاوية (ω) حول محور عمودي يمر بالنقطة (O) ، احسب القصور الدوراني، والزخم الزاوي، والطاقة الحركية الدورانية للنظام. (14 m l² kg.m² , 14 m ω l² kg.m²/s , 7 m ω² l² J)