

رياضيات حادي عشر علمي - الفصل الدراسي الأول

حلول الكتاب الوزاري

إعداد: م. نضال نعيم الخيسي "ابو خالد"

جوال/ 0595269944

فيس/ Nedal Naim

إيميل/ nedal10197@gmail.com

الوحدة	المتجهات والهندسة الفراغية
١ - ١	الإحداثيات الديكارتية في الفراغ ثلاثي الأبعاد
٢ - ١	المتجهات في المستوى
٣ - ١	العمليات على المتجهات
٤ - ١	المتجهات في الفراغ
٥ - ١	الضرب القياسي (الداخلي) للمتجهات
٦ - ١	الهندسة الفراغية (لتفرع العلمي فقط)
٧ - ١	نظرية الأعمدة الثلاثة (لتفرع العلمي فقط)

الوحدة	المنطق الرياضي
١ - ٢	العبارة الرياضية، ونفيها
٢ - ٢	جداول الصواب، وأدوات الربط
٣ - ٢	أدوات الربط الشرطية
٤ - ٢	العبارات الرياضية المتكافئة
٥ - ٢	الجملة المفتوحة
٦ - ٢	العبارات الرياضية المسورة (لتفرع العلمي فقط)
٧ - ٢	نفي العبارة المسورة (لتفرع العلمي فقط)
٨ - ٢	البرهان الرياضي (لتفرع العلمي فقط)

الوحدة	المعادلات والمتباينات
١ - ٣	حل نظام مكون من ثلاث معادلات خطية
٢ - ٣	حل نظام من معادلتين في متغيرين: إحداها خطية، والأخرى تربيعية
٣ - ٣	حل نظام مكون من معادلتين تربيعيتين في متغيرين
٤ - ٣	حل معادلات أسية ولوغاريتمية
٥ - ٣	حل أنظمة المتباينات الخطية بمتغيرين (لتفرع العلمي فقط)
٦ - ٣	حل معادلات تتضمن القيمة المطلقة (لتفرع العلمي فقط)
٧ - ٣	حل متباينات خطية في متغيرين تتضمن القيمة المطلقة (لتفرع العلمي فقط)

فيزياء حادي عشر علمي، إعداد: م. نضال الخيسي "ابو خالد"، جوال رقم: 0595269944

تمارين عامة

- ١ أضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة فيما يلي:
 ما عدد المستويات التي تمر بمستقيمين متوازيين؟
 (أ) ١ (ب) ٢ (ج) ٠ (د) عدد لا نهائي من المستويات
- ٢ ما العلاقة بين المستقيمين المتخالفين؟
 (أ) يقعان في مستوى واحد ولا يتقاطعان.
 (ب) يقعان في مستوى واحد ويتقاطعان.
 (ج) لا يقعان في مستوى واحد ولا يتقاطعان.
 (د) لا يقعان في مستوى واحد ويتقاطعان.
- ٣ ما المسافة بين النقطة أ(٤، ٣، ٢) والمستوى س ع؟
 (أ) ٤ (ب) ٣ (ج) ٢ (د) ١
- ٤ ما قياس الزاوية بين المتجهين $\vec{A} = (١, ٢)$ و $\vec{B} = (٢, ١)$ ؟
 (أ) ٩٠° (ب) ٠ (ج) ١٨٠ (د) ٤٥
- ٥ ما قيمة $\sin$ التي تجعل المتجهين الآتيين في نفس الاتجاه؟ $\vec{A} = (٢, ٣)$ و $\vec{B} = (٤, ٦)$
 (أ) ٠ (ب) ٣ (ج) -٣ (د) ١
- ٦ إذا كانت أ(٥، ٤، ٢) وكانت جر(٦، ٣، ٤) تقع في منتصف المسافة بين أ و ب فما إحداثيات النقطة ب؟
 (أ) $(٣, \frac{٧}{٢}, \frac{١}{٢})$ (ب) $(١٠, ١٠, ٧)$
 (ج) $(٤, ١, ١٣)$ (د) $(٦, ٢, ١٧)$
- ٧ ما قيمة m الموجبة التي تجعل المتجهين التاليين متعامدين؟
 $\vec{A} = (١, ٣, -٤)$ و $\vec{B} = (١, -٤, ٣ + m)$
 (أ) ٦ (ب) ٢ (ج) ٤ (د) ٣
- ٨ إذا كانت أ(٤، ٤، ٠) و ب(٤، ٠، ٤) و جر(٠، ٤، ٤) فما نوع المثلث أ ب جر؟
 (أ) متساوي الأضلاع (ب) قائم الزاوية
 (ج) منفرج الزاوية (د) مختلف الأضلاع
- ٩ إذا كان $|\vec{A} + \vec{B}| = |\vec{A}| + |\vec{B}|$ ، $\vec{A}$ و $\vec{B}$ متجهين غير صفريين فما العبارة الصائبة؟
 (أ) $\vec{A}$ و $\vec{B}$ متعامدين (ب) $\vec{A}$ و $\vec{B}$ في نفس الاتجاه
 (ج) $\vec{A}$ و $\vec{B}$ عكس الاتجاه (د) $\vec{A}$ و $\vec{B}$ متجهان وحدة
- ١٠ أ ب جر مثلث متساوي الأضلاع طول كل ضلع ٦ سم ما قيمة $\sin$ (٢ أ جر). (٣ أ ب)؟
 (أ) ١٨ (ب) ٣٦ (ج) ٣٠ (د) ١٠٨

➤ توضيحات حلول السؤال الأول:

④ $٥٠٠ = ٢٠٠ + ١٠٠ + ٢٠٠ = ٥٠٠$: التجميع بمقادير ١٠٠ : ٢٠٠ = ٢٠٠

⑤ $٥٠٠ = ٥٠٠$

⑥ $٣ = ٧ : (١٧٢٢) ٢ = (٦٦٤) :$



⑦ $١٢ = ٥ - ٧ : ٦ = \frac{٥ - ٧}{٢}$
 $١٧ = ٧ :$

$٢ = ١٧ : ٦ = ٤ + ١٢ : ٣ = \frac{٤ + ١٢}{٢}$

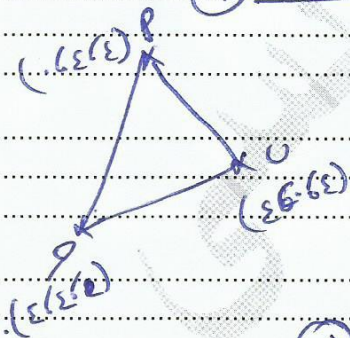
⑧ $(٦٢٢١٧) = ٧ : ٦ = ٤ : ٨ = ٢ + ٤ : ٤ = \frac{٢ + ٤}{٢}$

⑨ $٤٠٠ = ٤٠٠$: التجميع بمقادير ١٠٠ : ٢٠٠ = ٢٠٠

$١٢ = ٥ - ٧ : ٦ = \frac{٥ - ٧}{٢}$

$(١٧٢٢) = ٢ : ٢ = ١٧٢٢$

⑩ $٢ = ٢$



⑪ $١٢ = \frac{١٢ + ١٢ + ١٢}{٣} = ١٢$

$١٢ = \frac{١٢ + ١٢ + ١٢}{٣} = ١٢$

$١٢ = \frac{١٢ + ١٢ + ١٢}{٣} = ١٢$

⑫ $٦٠٠ = ٦٠٠$

⑬ $١٢ = ١٢$

٢ ما قياس الزوايا الاتجاهية للمتجه $\vec{A} = (1, 0, 1)$ على الترتيب؟

$$\vec{A} = 1\vec{i} + 0\vec{j} + 1\vec{k} = 1\vec{i} + 1\vec{k}$$

$$\cos \theta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{i}}{|\vec{A}| |\vec{i}|} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \theta = 45^\circ$$

$$\cos \phi = \frac{\vec{A} \cdot \vec{j}}{|\vec{A}| |\vec{j}|} = \frac{0}{\sqrt{2}} = 0 \Rightarrow \phi = 90^\circ$$

$$\cos \psi = \frac{\vec{A} \cdot \vec{k}}{|\vec{A}| |\vec{k}|} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \psi = 45^\circ$$

٣ إذا كان $\vec{A} = (1, \sqrt{5}, 7)$ ، $\vec{B} = (0, 0, 0)$ ، أجد قيم $\sin$ بحيث أن الزاوية المحصورة بين $\vec{A}$ و $\vec{B}$ تساوي 60° .

$$\vec{A} = 1\vec{i} + \sqrt{5}\vec{j} + 7\vec{k} = 1\vec{i} + \sqrt{5}\vec{j} + 7\vec{k}$$

$$\vec{B} = 0\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k} = 0$$

$$\cos \theta = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| |\vec{B}|} = \frac{0}{\sqrt{1+5+49} \cdot 0} = 0$$

$$\sin \theta = \sqrt{1 - \cos^2 \theta} = \sqrt{1 - 0} = 1$$

٤ إذا كان $\vec{A} = (1, -2)$ وكان $\vec{B} = (m, -1)$ ، أجد m في كل من الحالات الآتية؟

أ $\vec{A}$ يوازي $\vec{B}$

ب $\vec{A}$ عمودي على $\vec{B}$

ج قياس الزاوية بين $\vec{A}$ و $\vec{B}$ تساوي 45°

أ $\vec{A} \parallel \vec{B} \Rightarrow \frac{1}{m} = \frac{-2}{-1} \Rightarrow m = \frac{1}{2}$

ب $\vec{A} \perp \vec{B} \Rightarrow \vec{A} \cdot \vec{B} = 0 \Rightarrow 1 \cdot m + (-2) \cdot (-1) = 0 \Rightarrow m - 2 = 0 \Rightarrow m = 2$

ج $\cos 45^\circ = \frac{\vec{A} \cdot \vec{B}}{|\vec{A}| |\vec{B}|} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{m - 2}{\sqrt{1+4} \sqrt{m^2+1}} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{m - 2}{\sqrt{5} \sqrt{m^2+1}}$

- ٥ إذا كانت الزاوية المحصورة بين المتجهين $\vec{a}$ ، $\vec{b}$ تساوي 60° وكان $|\vec{a}| = 4$ ، $|\vec{b}| = 10$ أجد: $\vec{a} \cdot \vec{b}$ $|\vec{a} + \vec{b}|$ $|\vec{a} - \vec{b}|$

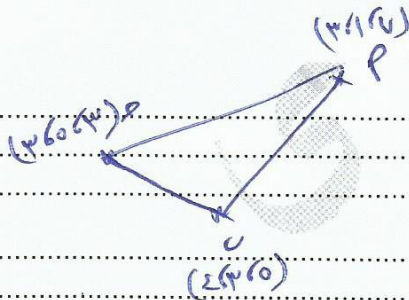
$$\begin{aligned} \vec{a} \cdot \vec{b} &= |\vec{a}| |\vec{b}| \cos 60^\circ = 4 \cdot 10 \cdot \frac{1}{2} = 20 \\ |\vec{a} + \vec{b}|^2 &= |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} = 16 + 100 + 40 = 156 \\ |\vec{a} + \vec{b}| &= \sqrt{156} \\ |\vec{a} - \vec{b}|^2 &= |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2\vec{a} \cdot \vec{b} = 16 + 100 - 40 = 76 \\ |\vec{a} - \vec{b}| &= \sqrt{76} \end{aligned}$$

- ٦ إذا كانت أ (٢، ٢)، ب (٥، ٢)، ج (٥، ٧)، د (٨، ٣) وكانت $\vec{m} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}$ أثبت أن $\vec{m} \parallel \vec{d}$

$$\vec{m} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c} = 2(2, 2) + 3(5, 7) - (8, 3) = (4, 4) + (15, 21) - (8, 3) = (11, 12)$$

$$\vec{d} = (8, 3) \quad \vec{m} = (11, 12) \quad \vec{m} \parallel \vec{d}$$

- ٧ باستخدام المتجهات أثبت أن المثلث الذي رؤوسه أ (٣، ١، ٧)، ب (٤، ٣، ٥)، ج (٣، ٥، ٣) هو مثلث متساوي الساقين.



$$\vec{AB} = \vec{B} - \vec{A} = (4, 3, 5) - (3, 1, 7) = (1, 2, -2)$$

$$|\vec{AB}| = \sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2} = \sqrt{9} = 3$$

$$\vec{AC} = \vec{C} - \vec{A} = (3, 5, 3) - (3, 1, 7) = (0, 4, -4)$$

$$|\vec{AC}| = \sqrt{0^2 + 4^2 + (-4)^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

$$\vec{BC} = \vec{C} - \vec{B} = (3, 5, 3) - (4, 3, 5) = (-1, 2, -2)$$

$$|\vec{BC}| = \sqrt{(-1)^2 + 2^2 + (-2)^2} = \sqrt{9} = 3$$

$$|\vec{AB}| = |\vec{BC}| = 3 \quad \therefore \text{المثلث متساوي الساقين}$$

٨ إذا كان $\hat{A} = (1, 6, 2)$ ، $\hat{B} = (3, 2, 1)$ ، $\hat{C} = (1, 3, 2)$ وكان $\hat{A} // \hat{B}$ أجد:

أ $2\hat{A} - \hat{B} = 4\hat{B} - \hat{B}$ ب $(4\hat{B} - \hat{B}) \cdot \hat{A}$

$$\therefore \hat{A} // \hat{B} \Rightarrow \hat{A} = k\hat{B} \Rightarrow (1, 6, 2) = k(3, 2, 1) \Rightarrow \begin{cases} 1 = 3k \\ 6 = 2k \\ 2 = k \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k = \frac{1}{3} \\ k = 3 \\ k = 2 \end{cases} \Rightarrow \text{لا يوجد } k \text{ واحد يفي جميع المعادلات}$$

$$\therefore \hat{A} \cdot \hat{B} = 1 \cdot 3 + 6 \cdot 2 + 2 \cdot 1 = 3 + 12 + 2 = 17$$

$$\hat{A} \cdot \hat{C} = 1 \cdot 1 + 6 \cdot 3 + 2 \cdot 2 = 1 + 18 + 4 = 23$$

$$\hat{B} \cdot \hat{C} = 3 \cdot 1 + 2 \cdot 3 + 1 \cdot 2 = 3 + 6 + 2 = 11$$

$$\therefore \hat{A} \cdot \hat{B} \neq \hat{A} \cdot \hat{C} \neq \hat{B} \cdot \hat{C} \Rightarrow \hat{A} \text{ لا موازية لـ } \hat{B} \text{ و } \hat{C}$$

$$\hat{A} \cdot \hat{B} = 17, \hat{A} \cdot \hat{C} = 23, \hat{B} \cdot \hat{C} = 11$$

$$\therefore \hat{A} \text{ لا موازية لـ } \hat{B} \text{ و } \hat{C}$$

///

٩ $\hat{A}$ متجه في الفراغ طوله $3\sqrt{8}$ ويصنع زوايا متساوية في القياس مع الاتجاهات الموجبة للمحاور الإحداثية أكتب $\hat{A}$ بدلالة متجهات الوحدة الأساسية.

$$\hat{A} = x\hat{i} + y\hat{j} + z\hat{k} \Rightarrow |\hat{A}| = 3\sqrt{8} \Rightarrow \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = 3\sqrt{8} \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 72$$

$$\hat{A} \cdot \hat{i} = x = 3\sqrt{8} \cos \theta, \hat{A} \cdot \hat{j} = y = 3\sqrt{8} \cos \theta, \hat{A} \cdot \hat{k} = z = 3\sqrt{8} \cos \theta$$

$$\therefore x = y = z = 3\sqrt{8} \cos \theta \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 = 72 \Rightarrow 3 \cdot (3\sqrt{8} \cos \theta)^2 = 72 \Rightarrow 3 \cdot 72 \cos^2 \theta = 72 \Rightarrow \cos^2 \theta = 1 \Rightarrow \cos \theta = \pm 1$$

$$\therefore \hat{A} = 3\sqrt{8}(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}) \text{ أو } \hat{A} = -3\sqrt{8}(\hat{i} + \hat{j} + \hat{k})$$

(استنتج اسئلة الوحدة الاولى)